$\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.0\times10^9$ となっているが、プリント上部には $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cong 8.9\times10^{-12}$ とあります。

> ミスプリ．ごめんなさい．
> $\varepsilon_0 \simeq 8.9\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/N\cdot m^2}$

Q1：詳しい計算式がないので分かりませんでした．

> $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{a^2}$ から $Q^2=4\pi\varepsilon_0 a^2 F$ を得る．両辺の平方根をとると　$Q=2a\sqrt{\pi\varepsilon_0 F}$
>
> $a=10\ \mathrm{cm}=0.1\ \mathrm{m}$ および $F=10\ \mathrm{N}$ を $Q=2a\sqrt{\pi\varepsilon_0 F}$ の右辺に代入すると
>
> $Q=2\times(0.1\ \mathrm{m})\times\sqrt{3.14\times(8.9\times10^{-12}\ \mathrm{C^2N^{-1}\,m^{-2}})\times(10\ \mathrm{N})}\simeq0.2\times\sqrt{3\times9\times10^{-11}}\ \mathrm{C}\simeq0.2\times3\times5\times10^{-6}\ \mathrm{C}$
> $=\ 3\times10^{-6}\ \mathrm{C}=3\mu\mathrm{C}$
>
> 実は，質問の意味・意図がわからなかったのだが・・・

Q2－②：$\vec{F}_1$ の式に出てくる $\frac{\overrightarrow{\mathrm{P_1O}}}{a}$ は何を意味しているのでしょうか。また、なぜ a で割っているのですか.

> $\overrightarrow{\mathrm{P_1O}}$ は点 $\mathrm{P_1}$ から出発し点 $\mathrm{O(=P_3)}$ に終わるベクトルを表す記号.　題意より $\overrightarrow{\mathrm{P_1O}}=\overrightarrow{\mathrm{P_1P_3}}$ の長さが a である.

Q4：解答に $\dfrac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2}{a}$ となるが、なぜ a が分母にあるのかわかりません.

> 次元を考察すると分母に「距離を表す量」が来なければならないことが分かる：分子の λ は電荷の線密度であり，その次元が電荷÷距離.

Q4：$dF=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,\lambda dx}{r^2}\left(\frac{a}{r}\right)$ となる理由がわかりません.

> 右辺の最初の因子：$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,\lambda dx}{r^2}$ は，電荷 q から距離 r のところに電荷 λdx があるときのクーロン力の大きさ．残りの
>
> 因子 $\left(\frac{a}{r}\right)$：力のベクトルの y 成分を求める比.
>
> 図を描くと分かるはず.

Q5：解説の式を最後まで追えませんでした.

> 【対称性から，力の向きは z 軸に平行である.】
>
> クーロン力は電荷分布（だけ）によって決まる．仮に力のベクトルが平面にそう方向成分をもつとすると，その成分ベクトルが指す方向が電荷密度の分布により決まらなければならない．しかし題意の電荷密度は平面上に一様に広がるので，これはありえない．したがって力の向きは z 軸に平行である.
>
> 【xy 平面上の微小な面積 dS にある電荷から受ける力の z 成分 dF だけを寄せ集めればよい.】
>
> dS にある電荷から受ける力は，dS の位置によりさまざまな方向を向くが，それぞれの力をすべてベクトル的に総和をとると z 軸に平行になることが分かっている．dS にある電荷から受ける力を z 成分と，それに垂直な成分に分けると，後者の総和がゼロとなる．最初から z 成分だけを取り出し総和をとっても，結果として得られる力の大きさに変わりない.
>
> 【注目する dS が原点から距離 R の位置にあるとき，q までの距離は $r=\sqrt{R^2+a^2}$．また，極座標の偏角を θ とする

と $dS = R\,d\theta\,dR$．】

$dS = R\,d\theta\,dR$ は，扇形の領域の面積：$dS = \frac{1}{2}(R+dR)^2 d\theta - \frac{1}{2}R^2 d\theta = R\,dR\,d\theta + \frac{1}{2}\,dR^2 d\theta \to R\,dR\,d\theta$ と，高次の微小量を切り捨てる計算が行われている．

【よって

$$dF = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,\sigma dS}{r^2}}_{\text{クーロン力の大きさ}}\underbrace{\left(\frac{a}{r}\right)}_{\text{z 成分を求める比例計算}} = \frac{q\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\underbrace{\frac{a dS}{\sqrt{R^2+a^2}^3}}_{\text{r を書き換えた}} = \frac{q\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\frac{a\ \overbrace{Rd\theta dR}^{\text{dS を書き換えた}}}{\sqrt{R^2+a^2}^3}$$

$$F = \underbrace{\int_{全域} dF}_{\text{z 成分だけの和を計算}} = \frac{q\sigma}{4\pi\varepsilon_0}a\underbrace{\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty \frac{RdR}{\sqrt{R^2+a^2}^3}}_{\text{無限に広がる平面全域を極座標で表すと，原点からの距離が 0 から∞まで角度が 0 から 2π}} = \frac{q\sigma}{4\pi\varepsilon_0}a\underbrace{2\pi}_{\text{θ についての積分は，θ が式中のどこにも現れないので独立に実行}}\int_0^\infty \frac{R\overbrace{\ a\ }^{a\times d\left(\frac{R}{a}\right)=dR}\ \overbrace{d\left(\frac{R}{a}\right)}^{\text{積分変数を R から R/a に変更}}}{a^3\sqrt{\left(\frac{R}{a}\right)^2+1}^3}$$

$$= \frac{q\sigma}{4\pi\varepsilon_0}a\,2\pi\int_0^\infty \frac{a\overbrace{\left(\frac{R}{a}\right)}^{t}\ a\ \overbrace{d\left(\frac{R}{a}\right)}^{dt}}{a^3\sqrt{\left(\frac{R}{a}\right)^2+1}^3} = \frac{q\sigma}{4\pi\varepsilon_0}a\,2\pi\frac{1}{a}\int_0^\infty \frac{tdt}{\sqrt{t^2+1}^3} = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^\infty \frac{tdt}{\sqrt{t^2+1}^3} = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^\infty \frac{\frac{1}{2}\overbrace{ds}^{2tdt}}{\sqrt{\underbrace{s}_{t^2}+1}^3}$$

$$= \frac{q\sigma}{4\varepsilon_0}\int_0^\infty (s+1)^{-3/2}\,ds = \frac{q\sigma}{4\varepsilon_0}\frac{1}{1-3/2}\left[(s+1)^{1-\frac{3}{2}}\right]_0^\infty = \frac{q\sigma}{4\varepsilon_0}\frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)}\left[\frac{1}{\sqrt{s+1}}\right]_0^\infty = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}$$

σ は電荷の面密度だから，次元は電荷÷距離の二乗．したがって、右辺が力の次元となる．

Q7 等高線が等間隔でないのはなぜですか．

等高線群を描く場合，とくに断らないかぎり「高さ（＝位置エネルギー）が等間隔になる」ように等高線を選びます．たとえば位置エネルギーの値が 0 J の等高線，1J の等高線，2J の等高線，3J の等高線, etc．このとき，もし等高線群が等間隔に並ぶと「どの場所でも，同じ距離だけ進むと，同じだけ高さが変わる」「どの場所でも，位置エネルギーの傾斜が同じ」「どの場所でも，力が同じ大きさ」という状況になります．本問の場合は，原点に近づくほど力が大きくなり，位置エネルギーの傾斜が大きくなるので，原点に近いところほど等高線群の感覚が小さくなるのです．

等高線の図に書いてある数字はどういう意味ですか．

座標軸の刻みに数字が（mathematica により）自動的に振られたのを（数字を除去すべきだったのに）清書せずにコピーしたのがいけなかった．手抜き作業の結果混乱を与えてすみません．

電荷の大きさの具体的な値を決めない限り，縦横軸の目盛の数値と単位および位置エネルギーの数値と単位を書くことはできない．しかし，そういうときにも「arbitrary unit（任意単位）」と書きそえたうえで数値を振ることがある．このようなグラフは相対的な大きさの比較をするために用いる．

http://ja.wikipedia.org/wiki/%E4%BB%BB%E6%84%8F%E5%8D%98%E4%BD%8D

ちなみに，座標の値をグラフの周囲に書き込むというやりかたは，それほど特殊ではない．

「x 軸との距離はaである」の意味がわかりませんでした.

「軸にそってx軸と平行に移動する」ので「x 軸からどれだけの距離のところを」という情報を加える必要がある.

Q8：グラフの描き方がわからなかったので、過程を教えてください.

・何点か場所を決めて，各電荷によるクーロン力の向きと大きさを矢印を用いて描く(概略でよい).

・グラフ上で 2 つのクーロン力のベクトル和をつくる.

・力のベクトルと位置エネルギーの等高線は直交する．力が大きいところでは等高線群の間隔が狭まる．これらに留意しながら，等高線を滑らかに描く．（等高線は分岐したり途中で無くなったりしない）

「q > 0 を x 軸で移動する」の意味がわかりません。何が移動するのですか。

電荷 q を x 軸にそって動かすと書くべきだった.