１　静電場ベクトル

電荷の間に作用するクーロン力は，電荷の間にある空間を飛び越えて作用する・・・ように見える.
あるいは，力が伝わるメカニズムについて気にかけていない．すなわち，電荷の間の作用は遠隔作用である，とする.
静止した（より正確には等速度で運動する）電荷がおよぼす力については，遠隔作用の立場で全く問題ない.
だが，電荷が加速度運動するとき，その影響は有限の時間をかけて空間を伝わる．しかも波として空間を伝わる.
空間の電気的な歪みが波となって伝わると考えるべきであることが分かってきた.
空間には電気的な性質がある.
電荷は，その周囲の空間の電気的な性質を変える.
空間の電気的な性質が変わった位置では，そこにある電荷が力を受ける.
空間の電気的な性質を「電場（あるいは電界）」と呼ぶことにする.

【電場の定義】

==

点$\vec{r}$におかれた電荷qが，クーロン力$\vec{F}$を受けるとき，
点$\vec{r}$における電場$\vec{E}$は，クーロン力を電荷で割ったもの：

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q}$$

==

この定義により

・　電荷qが正（負）のとき，力$\vec{F}$と電場$\vec{E}$は同（逆）方向．→　電場の向きはqによらず一定.
・　電荷qの大きさと力の大きさが比例する（クーロンの法則）．→　電場の大きさはqによらず一定.

電場は，力の受け手である電荷qと無関係.　　→　電場は空間の性質.

【例】

原点に電荷Qあるとき，周囲の空間の電場は

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)$$

とくに，電場が時間的に変動しないとき（電場を作り出す電荷たちが静止している）「静電場」という.

【試験電荷】

試験電荷（電場の測定に使う電荷）qが大きいと，この電荷が他の電荷分布に及ぼす力のために，電荷分布配置が変わり，測定すべき電場が変わってしまうかもしれない.
電荷qが小さければ，そんな心配はないので，この事情を定義に反映させ

$$\vec{E}(\vec{r}) = \lim_{q\to 0}\frac{\vec{F}(\vec{r})}{q}$$

と書くことも多い.

【電場の単位】

電場 ＝(試験電荷に働く力)÷(試験電荷の大きさ)
より，
電場の単位 ＝N/C
である．言い換えると　1C の電荷が 1N の力を受けるような電場を基準とする.
後の章で学ぶが，この同じ基準の電場を　V/m　（ボルト/メートル）と表す．ボルトは電圧（電位差）の単位である.

2. 静止した電荷分布がつくる静電場

静止した電荷分布が周囲の空間につくる電場は，クーロン力の計算からただちに求めることができる.
すなわち，与えられた電荷分布によって試験電荷 q が受けるクーロン力を q で割るだけである.
クーロン力が重ね合わせの原理に従うので，電場も重ね合わせの原理に従う.

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{j=1\cdots N}\frac{Q_j}{\left|\vec{r}-\vec{r}_j\right|^2}\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_V\frac{\rho(\vec{r}')}{\left|\vec{r}-\overrightarrow{r'}\right|^2}\frac{\vec{r}-\overrightarrow{r'}}{\left|\vec{r}-\overrightarrow{r'}\right|}dV'$$

3. 電気力線

電場は，空間の各点の「電気的な歪み」であり，ベクトルである．

【電場の可視的な表現】

・（力のときにしたように）ベクトルを並べる．

・電気力線を描く

【電気力線】

・電場のベクトルをつなげた滑らかな線

  ・ 電気力線の接線＝電場の向き

・正電荷で（電荷に比例した本数が）湧き出す

・負電荷で（電荷に比例した本数が）吸い込まれる

・電荷がないところでは，湧き出しや吸い込みがない

【電気力線とクーロン力】

・１本の電気力線は縮もうとする

・電気力線どうしは反発仕様とする

【原点に正の点電荷】

・電場の逆 2 乗則 ←→ 反発により均等な電気力線

・電気力線の密度が電場の大きさと比例する

４．２個の点電荷による電気力線

異種の電荷の間に電気力線が走る.

電気力線は縮もうとするので，電荷の間に引力が働く.

同種の電荷の電気力線どうしが反発する

5. 電気力線の本数を数える

＋１C から発する電気力線の本数を決めておく（たとえば 1 万本）.

==

電気力線の本数を数えると，内部の電荷が分かる.

出ていく力線を正，入ってくる力線を負として数える.

==

・閉曲面の内側に正（負）の点電荷が何個かある

→　電気力線はすべて外部に出る（内部に入る）.

→　表面を通過する本数から内部の電荷が分かる.

・閉曲面の内側に電荷がない

→　電気力線は閉曲面を通過する（入れば出る）だけ

→　出る力線を正，入る力線を負とすると，正負相殺して本数 0

→　内部の電荷が 0 と分かる

・閉曲面の内側に正と負の電荷がある.

→　正と負が同じ量なら，曲面を出た力線は再び入る.

→　内部の電荷が 0 と分かる

・閉曲面内部の正と負の電荷の総和が 0 でない

→　電荷の差に相当する電気力線が表面を通る

===

電気力線の密度　×　面積　＝　電気力線の本数　∝　内部の電荷

→

電場　×　面積　∝　内部の電荷

==

閉曲面の上で電場の面積分を計算すると，内部の電荷の量が分かる

6.　ガウスの法則

前スライドの結論

「電場を閉曲面上で面積分すると，内部の電荷を知ることが出来る」
を表す式：

$$\iint_S \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{S} \propto \iiint_V \rho(\vec{r})dV$$

【原点に Q がある場合】・・・比例係数を見つけるための例・・・
電場：

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

半径 R の球面 S 上で電場を面積分する：

$$\iint_S \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}\cdot d\vec{S}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\iint_S \frac{\vec{r}}{R^3}\cdot dS\left(\frac{\vec{r}}{R}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\iint_S \frac{\vec{r}\cdot\vec{r}}{R^4}\cdot dS = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\iint_S \frac{R^2}{R^4}\cdot dS = \frac{Q}{4\pi R^2\varepsilon_0}\iint_S dS = \frac{Q}{4\pi R^2\varepsilon_0}\times 4\pi R^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

この例から

【ガウスの法則】

$$\iint_S \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho(\vec{r})dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\times(\textit{内部の総電荷})$$

を推定出来る．
閉曲面の内部に電荷がないとき，とくに真空のとき，

$$\iint_S \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{S} = 0$$

すでに学んだ発散定理を用いると

$$\iint_S \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho(\vec{r})dV$$

の左辺は体積積分となり

$$\iiint_V \nabla\cdot\vec{E}\,dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho(\vec{r})dV$$

よって

$$\nabla\cdot\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

を得る．これは，空間の 1 点に注目したときに，クーロン電場がしたがう式となる．
これら，すべての式は，クーロンの法則以外を仮定していないことに注意せよ．