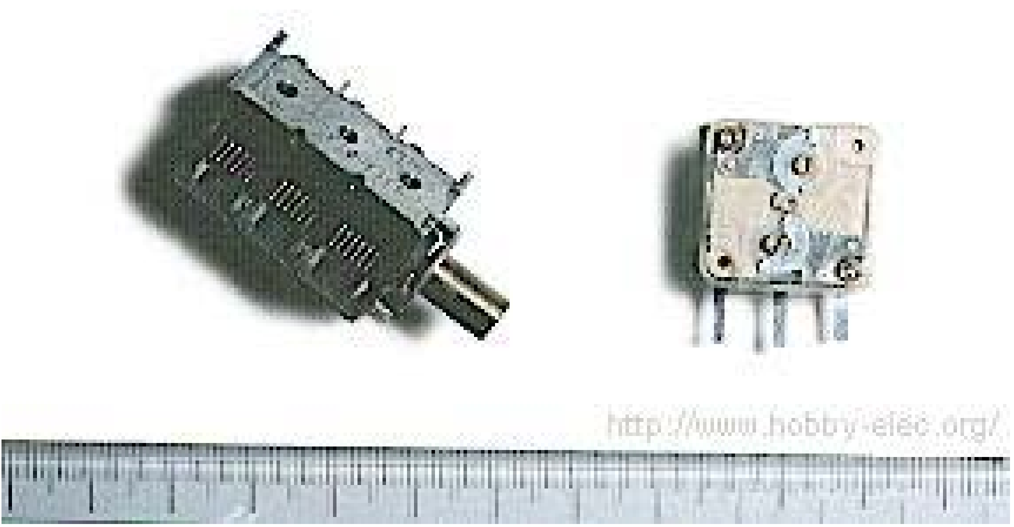
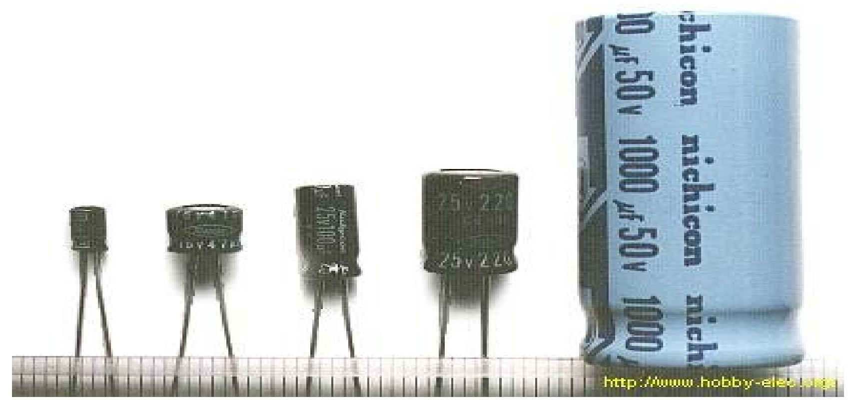
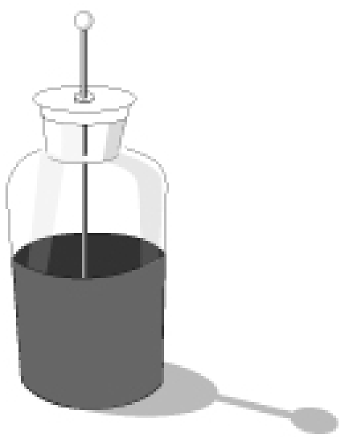
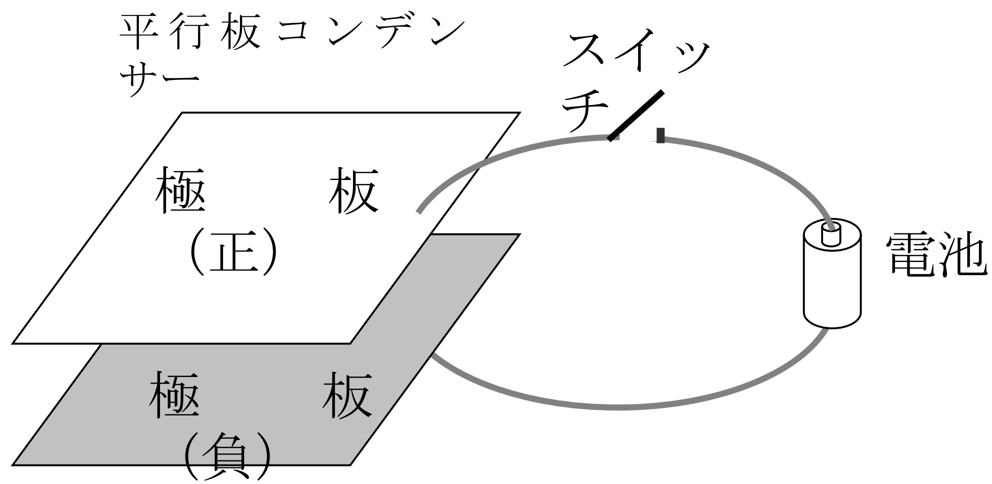
回路部品としてのコンデンサー





コンデンサーの原理

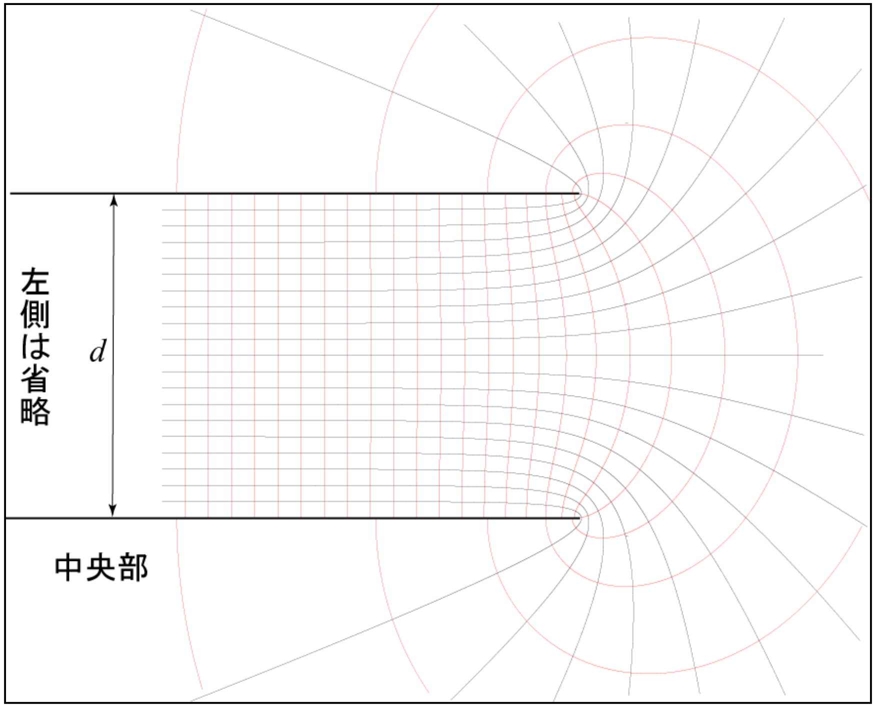




電気を正負に分離して蓄える装置

極板間の電圧と電荷の関係は？
蓄えられたエネルギーは？

平行板コンデンサー



端から離れたところ（中央付近）では、電極は無限に広く見える

→

極板に直交する均一な電場

ガウスの法則を適用：$\boxed{\sigma = \dfrac{Q}{S}}$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

電荷の面密度

極板間は真空

電位差 $\boxed{V = Ed = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} d}$

$$\boxed{Q = \sigma S = \varepsilon_0 \frac{S}{d} V}$$

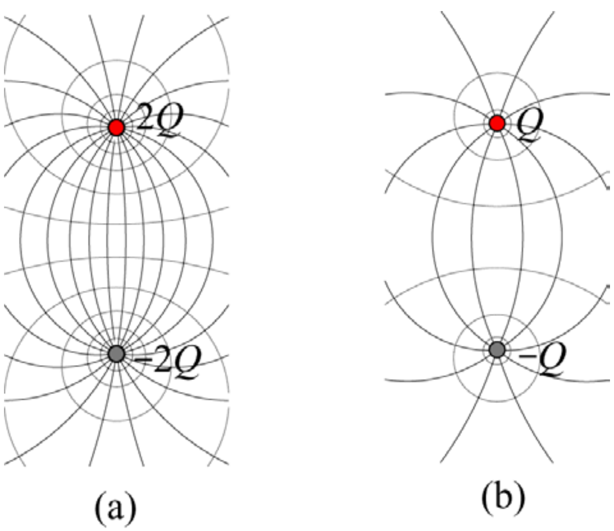
電気容量　C

- 同じ電位差でどれだけ多くの電荷を蓄えるか

平行板のとき　$Q = \sigma S = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d} V$ ⇒ $\boxed{C = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d}}$

単位：1Vで1Cを蓄える容量を1F（ファラッド）という

平行板でなくても（どんな形でも）比例関係



$$\boxed{Q = CV}$$

極板間の物質の誘電率と容量

誘電体による電荷の遮蔽

同じ電荷分布でも、電場が $\dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon}$ 倍になる

平行板コンデンサーの極板間を誘電率εの物質で満たすと

$$\boxed{C = \varepsilon \frac{S}{d}}$$

コンデンサーに蓄えられたエネルギー

電位差Vの２点間でdQを移動するのに必要なエネルギー

$$\mathrm{d}U = \mathrm{V}\,\mathrm{d}Q = \frac{1}{C} Q\,\mathrm{d}Q$$

コンデンサーでは、VがQに比例して変化する(V=V(Q)=Q/C) ので
電荷を0からQ_0（電位差をからV_0）にするために必要なエネルギーは

$$U = \int_0^{Q_0} \frac{1}{C} Q dQ = \frac{1}{C}\left[\frac{1}{2}Q^2\right]_0^{Q_0} = \frac{1}{2C}Q_0^2 = \frac{1}{2}CV_0^2$$

$$U = \frac{1}{2}CV_0^2 = \frac{1}{2}Q_0V_0 \ : \quad \frac{1}{2}\text{の起源}$$

電荷系のエネルギー（＊１）

２個
$$U_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|}$$

３個
$$U=U_{12}+U_{23}+U_{31}$$
$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1Q_2}{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|}+\frac{Q_2Q_3}{|\vec{r}_2-\vec{r}_3|}+\frac{Q_3Q_1}{|\vec{r}_3-\vec{r}_1|}\right)$$

$$U=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{k\neq j}\frac{Q_jQ_k}{|\vec{r}_j-\vec{r}_k|}$$

電荷系のエネルギー（＊２）

注目する電荷の位置エネルギーを
「それ以外の電荷がつくる電位$\phi(\vec{r})$」の中にあるから，と考える

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_k \frac{Q_k}{|\vec{r}-\vec{r}_k|} \cdots \vec{r} \neq \vec{r}_k$$

系のエネルギーを計算するとき，２重にカウントしないように注意する

$$U = \frac{1}{2}\times\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_j\sum_{k\neq j}\frac{Q_jQ_k}{|\vec{r}_j-\vec{r}_k|} = \frac{1}{2}\times\sum_j Q_j\sum_{k\neq j}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_k}{|\vec{r}_j-\vec{r}_k|}$$

$$= \frac{1}{2}\times\sum_j Q_j\phi(\vec{r}_j)$$

連続分布のとき：

$$U = \frac{1}{2}\iiint_V \rho(\vec{r})\phi(\vec{r})dV$$

電場のエネルギー密度

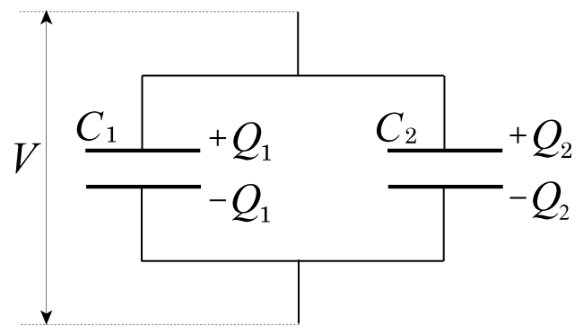
- 平行板コンデンサーの一様な電場で考える

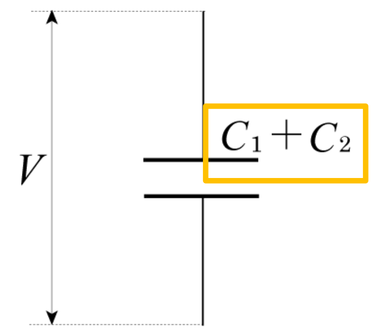
$$U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\left(\varepsilon_0\frac{S}{d}\right)(Ed)^2=\left(\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2\right)(Sd)$$

$$\boxed{u=\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2}$$

容量の合成

並列





直列