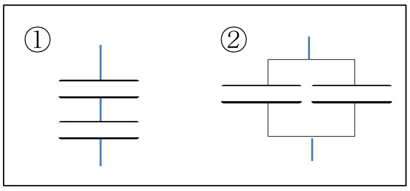
Chapt. 07 コンデンサー

Q1. 電極面積 $S = 1\mathrm{m}^2$，電極間隔 $d = 0.1\mathrm{mm}$ の平行板コンデンサーの電極間を比誘電率 $\kappa = 5$の誘電体で満たす．①電気容量Cを求めよ．
このコンデンサーを電位差V =12 V で充電したとき，②蓄えられる電荷Qはどれだけか．③蓄えられたエネルギーUはどれだけか．④電極間の電場Eはどれだけか．有効 1 桁．（注：誘電体がある状況での諸量の計算は本章では初出.）

Q2. 導体でできた 2 個の同心球殻（内球の半径R_1，外球の半径R_2，内部空間は真空）にそれぞれ$\pm Q$の電荷(内球に$+Q$)を与えたとき，電位差Vはどれだけか．この装置をコンデンサーとして用いるとき，電気容量Cの式を求めよ．

Q3. ２つのコンデンサー(容量$C_1 = 1\ \mu\mathrm{F}$，$C_2 = 4\ \mu\mathrm{F}$)を図のように接続したとき，合成の容量を計算せよ．



Q4. 電極の面積S，電極間隔がxの平行板コンデンサーに蓄えた電荷を一定に保ち（外部回路から孤立させる），極板間をdxだけ増やす．①コンデンサーに蓄えられたエネルギーの変化はどれだけか．②このエネルギーが「極板が引き合う力にさからって外部からした仕事」に等しいことを用いて，極板が引き合う力を求めよ．

Q5(*). 4 のコンデンサーの両極の電位差を一定値 Vに保って（Vの<u>電池をつないだまま</u>）極板間の距離をdxだけ増したとき，エネルギーの変化はどれだけか.
注意：この過程を物理的に理解するには，Q4 力学的な仕事と同時に，電荷が外部回路に流れることで，電気的な仕事を考慮しなければならない．

Q6(*). 原点を中心とする半径 R の導体球に電荷 Q を帯電したときのエネルギーを求める．次の文章の空欄を埋める適切な式を答えよ．
１．導体球の外部の電場のエネルギー密度を用いる．
導体球の外部の点$\vec{r}$における電場の大きさは

$$E(\vec{r}) = \boxed{}$$

だから，この点における電場のエネルギー密度は

$$u(\vec{r}) = \boxed{}$$

となる．原点からの距離が同じであればエネルギー密度も同じであることに注意し，厚みdr

の球殻内のエネルギーdUを計算しよう．この球殻（半径$r \sim r+dr$）の体積dVは，球殻の表面積と厚みの積とおくことができるのでdVをrとdrで表すと

$$dV = \boxed{}$$

そこで$dU = udV = \frac{dU}{dr}dr$とおき，$\frac{dU}{dr}$ を電荷Qとrで表すと

$$\frac{dU}{dr} = \boxed{\frac{\varepsilon_0}{2}E^2\,4\pi r^2 = }$$

となる．導体の外側の空間を無数の球殻に分割してその内部のエネルギーを寄せ集める．

上に求めた$\frac{dU}{dr}$を用いて計算した結果をQとRで表すと

$$U = \int_{\mathrm{R}}^{\infty}\frac{dU}{dr}dr = \boxed{}$$

となる．

２．電荷系のエネルギー $U = \frac{1}{2}\iiint_V \rho\,\phi dV$ を計算する．

導体球の表面だけに電荷が分布するので，電荷密度は面密度となり，積分は表面積分となる．すなわち，半径Rの導体球の表面をSとすると $U = \frac{1}{2}\iint_S \phi\sigma dS$ である．

電位ϕは S 上で一定の値をととる．この値を Q と R で表すと

$$\phi(R) = \boxed{}$$

である．積分はＳ上の面積分なので，$\phi(R)$は定数である．エネルギーU を Q と R で表すと

$$U = \frac{1}{2}\iint_S \phi\sigma dS = \frac{1}{2}\,\phi(R)\iint_S \sigma dS = \boxed{}$$