

1. オームの法則 (1)

ここまでは静止した電荷がつくる静電場など、時間的な変化が無い電気現象に注目した。
この章は、電流（電荷の運動）に注目する。ただし、電流は時間的に一定とする（**定常電流**という）。

物質を適当な大きさ（長細い形状）にして、両端に電位差を与えると、電流が流れる。
電流が流れやすい物質を導体といい、流れにくい物質が絶縁体（不導体）ということは、すでに述べた。
同じ物質からできた同じ形状の物体について、電位差の値を変えると電流が変わり、両者が比例するものが非常に多いことが見いだされた。

この発見を報告したのがフレデリック・オームであり、後世に**オームの法則**と呼ばれることになる。
ただ、発見の報告があったとき、これを**法則**と呼ぶことに多くの学者が反対した。

その理由は、オームの法則に従わないものもあったから。
物体の運動に関する**ニュートンの法則**は（光の速さより十分遅ければ）例外なく成立する。
例外がたくさんある主張を法則と呼べないと、当時は考えたのである。
現代では、**経験則**（理由は分からないが、概ねそうなる）という範疇を認め、オームの**法則**という言い方を認めている。

【オームの法則】

- ・ 物体の両端に加える電位差 V
- ・ 物体を流れる電流 I
$$V = RI$$
- ・ 比例係数 R をこの物質の**抵抗**（**電気抵抗**）という。

物体の抵抗は、

- ・ **物質の種類**（たとえば、化学物質の種類）と
- ・ **物質の状態**（同じ物質でも固体か液体か気体か、温度や圧力）
- ・ **物体の形状**（棒であっても、断面積や長さ）

によって異なる。

同じ断面積 S 、同じ長さ L の棒を2本用意。
両方ともにオームの法則 $V = RI$ を満たすとき、

- ・ 2本を直列に接続
 - ・ 断面積 S 、長さ $L + L = 2L$
 - ・ 電流 I 、電位差 $V + V = 2V$
 - ・ 抵抗 $2R = 2V/I$
- ・ 2本を並列に接続
 - ・ 断面積 $S + S = 2S$ 、長さ L

・ ・ 電流 $I + I = 2I$, 電位差 V

・ ・ 抵抗 $R/2 = V/2I$

こうして, 棒状の物体であれば

$$R \propto L/S$$

ただし, 断面内のどこでも電流密度が同じとする.

【物体の形状によらない比抵抗】

比抵抗 $\rho = \frac{R}{L/S}$

同じ物質でつくった断面 S' , 長さ L' の棒の抵抗は

$$R' = \rho L'/S'$$

2. オームの法則（形状によらない）

比抵抗の値は

- ・ 物体の形状には影響されず
- ・ 物質の種類や状態だけで決まる

【比抵抗を用いた（物体の形状に依存しない）オームの法則】

物体内部が均一なら、

- ・ 内部の電場はどこでも同じ値 $E = V/L$
- ・ 電流密度が均一 $j = I/S$

$$V = RI \rightarrow LE = RjS \rightarrow E = \frac{R}{L/S} j = \rho j$$

【局所的なオームの法則】

物体内の1点だけの性質

$$E = \rho j$$

が成り立てば、大きさや形のある物体のオームの法則

$$V = RI$$

が成り立つ。

3. 比抵抗 電気伝導度

【電流と電位差，どちらが原因？どちらが結果？】

「電位差が加わると電流が流れる」すなわち「電場があると電流密度が生じる」という視点を式で表すには $E = \rho j$ よりも

$$j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E$$

の形が自然である。

ここで

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

すなわち，比抵抗の逆数を，**電気伝導度**という。

【単位】

- ・ 抵抗 Ω (オーム) = V/A
- ・ 比抵抗 $\Omega \text{ m}$: $\rho = R / \left(\frac{L}{S}\right)$
- ・ 電気伝導度 $\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$: $\sigma = 1/\rho$
 Ω^{-1} を S(ジーメンズと読む，大文字 S)と表すこともある

4. 電気抵抗のモデル

オームの法則が、かなり広範囲の物質に対して成り立つのは、それなりの理由があるからに違いない。それらの物質に共通して仮定できるモデルがあるはずである。

金属でオームの法則が成り立つ事情を語るモデルを紹介する。

金属を形作るイオン結晶と自由電子が主役である。

ここではイオンも電子もニュートンの運動法則に従う粒子である。

しかし、微視的な世界の法則としては、ニュートンの法則は基本原理ではなく、

「量子力学」という「粒子の波としての性質が前面に表れる」法則から出発しなければいけない。

したがって、このモデルには基本的な欠陥があり、得られる結果にも明らかに実験事実に反する部分がある。

モデルの骨格：

1. 金属内部に電場があると、自由電子が加速される。

(金属棒の一端では外から電子を供給し続け、他端では外へ電子を放出し続ける)

2. 加速された電子は、金属イオンと衝突し、でたらめな方向に散乱される。

3. 散乱直後の電子の速度は、たくさんの電子を平均すると(でたらめな方向のベクトルの和をとるので) 0 になる。

4. (平均)速度 0 の電子が、ふたたび電場で加速される。

5. 衝突直前の速度には電場方向に成分があるので、出発(衝突直後)の速度 0 との平均値は 0 でない。

6. こうして金属中の電場のため電子は電場方向に一定値の平均速度をもち、電流となる。

電子の電荷が負のため、電流の方向と、電子の速度が逆になる。

電子の質量を m 、電荷を $-e$ とする。

イオン結晶との衝突以外は、電子は真空中と同じ運動をするので、加速度(の電場方向の成分)は

$$a = -\frac{eE}{m}$$

ひとつの衝突から次の衝突までの時間を τ とすると、この間の平均速度は

$$\bar{v} = \frac{a\tau - 0}{2} = -\frac{eE\tau}{2m}$$

衝突間の時間 τ は、確率的に変化する。以下で、 τ を衝突間の時間の平均値とする。

電子の数密度を n とすると、電流密度は

$$j = (-e)n\bar{v} = -\frac{e^2E}{2m}n\tau$$

となる。この式をオームの法則と見比べると「電流と電場が比例する」ことが説明されている。

このモデルによる電気伝導度は

$$\sigma = \left| -\frac{e^2}{2m}n\tau \right| = \left(\frac{e^2}{2m} \right) \times (n\tau)$$

となり、

1. 個々の物質に依存しない電子の性質 m と e からなる因子 $\frac{e^2}{2m}$ と、

2. 物質の種類や温度などの環境要因で決まる因子 $n\tau$

から成り立っていることになる。

5 電流が熱に変わる

ジュールは熱量の精密な測定方法を開発していた。

彼は、オームの法則が成り立つ物体に電流が流れると発熱する現象を精密に測定し、物体の抵抗値および電流と、単位時間に発生する熱量の間に

$$\text{単位時間内に発生する熱量} = R \times I^2$$

であることを発見した。

この熱をジュール熱という。

6. ジュール熱と電気的エネルギー

ジュール熱とは、

オームの法則が成り立つとき、抵抗から発生する熱
である

エネルギー保存則から推定すれば

(抵抗で発生する熱) = (抵抗の両端に加わる電位差のもとで電流を流すときの電気的エネルギー)

右辺の内容を確認しよう。

ジュール熱の式 RI^2 を、オームの法則を用いて電位差 V と電流 I で表すと

$$RI^2 = (RI)I = VI$$

となるので、

VI = 単位時間あたりに抵抗に投入された電気的エネルギー
であることを確認すればよい。

【1個の荷電粒子（電荷 q ）のエネルギー】

1. 抵抗に入ってから出るまで、荷電粒子の運動エネルギーは変わらない。

・ ・ 電流密度が同じ、電荷密度が同じ → 速さが同じ ($j = qnv$) → $(\frac{1}{2})mv^2$ が同じ。

2. 抵抗の中で徐々に位置エネルギーを失う。

・ ・ 電位差 V による位置エネルギーの差は qV

3. 位置エネルギーが熱に変わる。

・ ・ エネルギー保存則： (運動エネルギー) + (位置エネルギー) + (熱エネルギー) = 一定

【電流 I による発熱】

1. 時間 ΔT 内に抵抗に流入する荷電粒子の個数 $\Delta N = (I/q)\Delta T$

・ ・ 電流 $I = \Delta Q/\Delta T$,

・ ・ ΔT 内に抵抗に流入する荷電粒子の個数 $\Delta N = \Delta Q/q$

2. ΔT 内に抵抗で発生する熱エネルギー $\Delta U = \Delta N \times qV = (I/q)\Delta T \times qV = IV\Delta T$

3. 電力：単位時間あたりに熱エネルギー $P = IV$ (仕事率, パワー)

7. 電力

「電力」は（「力」と書くが）単位時間当たりのエネルギー，力学で学んだ仕事率である。
英語では，電力も仕事率も「パワー」という。

オームの法則を満たす抵抗で発生する単位時間当たりの熱エネルギー = (電流)×(電位差)
であることを学んだ。

【時間変動する場合】

ジュール熱の説明では，電流や電位差が時間的に変動しない場合を想定したが
 $P = IV$ は時間変動する状況下でも適用される。

投入される電気エネルギーが時間的に変動し $U(t)$ と表せるとき，
ある瞬間のパワーは

$$P(t) = I(t)V(t) = \frac{dU}{dt}$$

となる。

【投入電力】

ジュール熱の場合には，熱として消費される電力が $I \times V$ であるという見方をしたが，
この量を抵抗に投入する電力と見ると（相手が抵抗でなくても），
 $I \times V$ により電氣的なパワーを計算する心の準備ができる。

抵抗による熱の発生以外にも，電気のエネルギーを他の形のエネルギー変えるデバイスがたくさんある。

- ・ 力学的仕事：モーター
- ・ 光： LED, 蛍光灯
- ・ 音： スピーカー
- ・ 化学反応： 電気分解やメッキ

これらのデバイスに投入される電氣的なパワーは，つねに

$$P = IV$$

である。

注意：時間変動する電流，電圧については，投入電力と消費電力が異なる場合がある（後に学ぶ）。

【電力の単位】

$$1W \text{ (ワット)} = 1A \times 1V = 1J \div 1s$$

【電金代】

電力会社には電気代を支払うが，これを電力料金ということもある。
だが，支払うのは使用した電気エネルギーの対価であって電力ではない。
もし電気もガスも 1J あたり何円と言ってくれたら比較しやすいのだが
電気は W・hr（ワット時）という単位を使う。 $1W \text{ hr} = 3600J$

【参考】

「電位差」は静電場に依存する概念なので注意が必要である。

電位差は電場の線積分で定義されているので、電場が時間的に変動すると、線積分が径路両端の位置だけでは決まらなくなってしまう。

線積分の径路が無限に小さいときの電位と電場の関係 $E = -\nabla\phi$ は静電場でなくても使える。

電場の変化が十分にゆっくりならば、あるいは十分に短い距離の積分径路なら、近似的に電位を定義できる。

電圧という用語は、電位差と互換性があるが、ゆっくりと時間変動するときには「電位差」といわず「電圧」ということが多いように思う。

8 直流と交流

電流が向きも大きさも変えずに流れているとき 直流（の電流）という。

電流の向きが反転を繰り返すとき，交流（の電流）という。

電流の時間的な変化は，直流成分と交流成分に分解できる。

電圧のときも直流，交流という言い方で成分に分解する。

例：

電池の電圧は直流 1.5 V

壁の電源は 50Hz の交流 100 V

9. 直流回路

電池と抵抗を導線を接続して電流が流れるようにしたものを直流回路という。

電気信号を処理するためのハードウェアや、電気エネルギーを他のエネルギーに変えるハードウェアの構造を決める基本的な考え方になる。

最も簡単な回路は、1個の電池の両端に1個の抵抗を接続したもの。

回路が網目のように複雑なものもある（回路網）。

どのような回路も、電流がもとに戻るよう、閉じたループを基本としている

直流回路では

- ・ 電流が変動しない
- ・ 電位が変動しない
- ・ 電荷分布が変動しない（通常は帯電していないとする）

直流回路は

電源、導線、抵抗だけから構成される。

10. 回路図の記号

【回路図】

回路の構成を模式的な図に表したもの。

【電圧降下】

回路内の抵抗に電流が流れるとき、抵抗の両端には電位差がある。

電流が流れる向きに電位が低下していく。

抵抗による電圧降下が $V = RI$ である、と表現する。

【回路図と現実の回路】

導線

- 回路図の導線の電気抵抗は無視する。導線に電流が流れていても、1本の導線の電位はどこでも同じ値。
 - 現実の導線： 抵抗を無視できないことがある。
 - 流れる電流により導線の太さを変える必要がある。
 - 回路図には必要ならば導線抵抗を独立した抵抗素子として取りこむ。
- 記号は直線
 - 導線が分岐する点は●で示す

抵抗

- 回路図の抵抗はオームの法則に従う。電流・電圧の特性が抵抗値だけで決まる。
 - 現実の抵抗： 電圧が高いと破壊する。耐電圧を考慮する。
 - 電流が流れると発熱し、抵抗値が変化したり、電力が大きすぎると燃える。定格電力を考慮する。
- 記号は新旧ある。
 - 端子の電位の高低を表す→を描くことがある。付記した V の値が正（負）のとき、→の先が高（低）電位となる。
 - 抵抗を流れる電流を表す→を描くことがある。付記した I の値が正（負）のとき、→の向き（反対向き）に電流が流れる。

定電圧電源（電池）

- 回路図の定電圧源は、どんな場合にも両端の電圧が一定となる装置。電池を理想化したモデル。
 - 小さな抵抗につなぐと、抵抗値に応じて大きな電流を流す。
 - 現実の定電圧源は、電流がたくさん流れると出力電流が減る（内部抵抗がある）。電流には上限がある。
- 記号は、長い線と短い線のペアだが、短い線を太く描くこともある。長い（短い）線が正（負）極。ボルタの電堆の形状。
 - 内部抵抗が無視できない場合は、電池記号とは独立に抵抗を書く

定電流電源

- ・ 回路図の定電流源は、どんな場合にも一定の電流を流し続ける装置。
 - ・ ・ 大きい抵抗をつなぐと、抵抗値に応じて大きな電圧を加える
 - ・ ・ 現実の定電流源は、出力電圧に限界がある。
- ・ 記号は○の中に矢印。

回路内部の2点間の電圧が常に決まる

- ・ ・ 回路内に基準の点を定めれば、各点の電位が決まる
- ・ ・ 実際の回路で、基準点を地面と接続することがある（接地）

電位の基準点

- ・ グラウンドは、いくつかの回路網を、共通の基準（金属の入れ物とか、ふとい金属の帯）に接続する記号
- ・ 接地は、大地に接続する記号

11 電池

電池の用語

【起電力】

「力」と書くが「電力」ではない。英語の「エレクトロ・モーティブ・フォース」の「フォース」の訳。電池に電流が流れていないときの、両極間の電位差である。

1.5Vの電池というときの1.5Vは、その電池の起電力を示す

【内部抵抗】

電池に電流が流れているとき、両極間の電位差は起電力より下がる。

電池を使い続けると、同じ電流を流しても、両極間の電位差は小さくなる。

現実の電池の内部には抵抗（これを内部抵抗という）があり、その抵抗による電圧降下のために、両極間の電位差が減る。

【注意事項】

- ・ 回路図では、「内部抵抗が0の理想的な定電圧電源」と「内部抵抗」を分離して書く。
- ・ 電池の正負の電極によって生じる電場は
 - ・ ・ 電池の外では、電荷はクーロン力を受けて電流が流れる
 - ・ ・ 電池の中では、電荷はクーロン力を受けながらも、その力にさかたって電流が流れる。そのようなことが出来るのは、電池内で進行する化学反応のエネルギーを用いているからである。
- ・ 回路の中の電池は、どちら向きの電流がながれようと、正負両極の間に起電力を与える。

12 合成抵抗

回路の2点間に（複数の）抵抗だけがあるときは、ひとつの抵抗（合成抵抗）として扱うことができる。

【直列接続】

共通の電流が流れるので

それぞれ抵抗での電圧降下の和が全体の電圧降下に等しい。

$$V = RI = V_1 + V_2 = R_1I + R_2I = (R_1 + R_2)I \rightarrow R = R_1 + R_2$$

【並列接続】

それぞれの端が導体で接続されているので電位差が同じ、電圧降下が共通の値である。

電流が和となる：
$$I = I_1 + I_2 = V/R_1 + V/R_2 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)V = \frac{1}{R}V \rightarrow R = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

13 キルヒホッフの法則

回路網に流れる電流や、各点の電位を、設計通りの値にするために回路網解析を行う。

キルヒホッフの法則

1. どの節点でも、電流の流入出の総和が 0. (電荷分布の時間変化がない)
2. どの閉ループでも、ひと巡りすると電位がもとにもどる。(電位が決まる)
 - ・ ・ 閉ループ内の電池を通過すると、起電力により電位が変わる
 - ・ ・ 抵抗を通過すると、電圧降下により電位が変わる

網目電流法

- ・ 回路網を閉ループに分解する。
- ・ ループ j にはループ電流 I_j (未知) が流れるとする。ループ電流は網目電流ともいう。
 - ・ ・ 第 1 法則が自動的に満たされる
- ・ 2 つのループに共有される導線には、2 つのループ電流が合わせて流れる (方向に注意)
- ・ 各ループに第 2 法則を適用して連立方程式をたてる。