1. 直線電流がつくる磁場

エルステッドが発見した電流の磁気作用を科学的に研究する動きが急速に広まった.
直線電流がその周囲につくる磁場について，実験事実：

１．磁力線は電流を軸とする同心円

・・　磁場は電流と直交し，電流を軸とする同心円の接線方向

２．磁場の向きは，電流の向きに右手親指をたてたとき，他の指が巻き付く方向

３．磁場の大きさは，電流に比例し，電流からの距離に反比例する

いいなおすと，**電流に直交する面の上**で，電流を中心とする**半径 R の円周上**で，**磁場 B** は

向き：　円の接線方向，右ネジの法則で決まる向き

$$\textbf{\textit{大きさ：}}\quad B \propto \frac{I}{R}$$

であることが分かった.

この結果のうち，**対称性**の考察だけで分かることは

・　電流が無限に続く直線　→　並進対称性　→　電流の方向に移動して観測するなら，磁場は変わらない

・・　電流に直交する面の上で磁場の性質を述べれば十分である.

・　電流の分布が大きさのない線　→　軸対称性†　→　電流からの距離だけで磁場が決まる.

†　電流の向きを反転すると磁場が変わる可能性は排除できない

電荷が直線上に分布しているときの静電場の大きさが，直線からの距離の 逆数に比例していたので，
電流がつくる磁場にも何らかの逆二乗則があることが推定される　→　ビオ・サバールの法則に反映.

2. 平行電流間の力

直線電流がつくる磁場の，

電流と磁場の比例式 $B=k\frac{I}{R}$ **の比例係数** $\boldsymbol{k}$

は，**電流の定義**によって決まる．

【考え方】

- 磁場の中で電流は力を受ける： $F=IBL$
- 距離 R *だけ*離した 2 本の電流を平行に流すと，一方がつくる磁場 $B=k\frac{I'}{R}$ と他方の電流が直角に交わる．
- 電流どうしが力を及ぼしあう： $F=IBL=I\times k\frac{I'}{R}\times L=k\frac{II'}{R}L$
- 電流の間に働く力がある値になったとき，その電流の値を単位とする．

【電流の定義】

● **真空中**で，距離 $\boldsymbol{R=1\mathrm{m}}$ 離れた 2 本の**平行**な導線の両方に**電流** $\boldsymbol{I}$ を流し，
　導線の **1mの部分に働く力が 2×10^{-7} N** となるときの電流を **1A** と決める．

● 比例係数 k を $k=\frac{\mu_0}{2\pi}$ *と書き直すと，*

$$F=2\times10^{-7}\mathrm{N}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{(1\mathrm{A})(1\mathrm{A})}{(1\ \mathrm{m})}(1\ \mathrm{m})$$

$$\mu_0=2\pi\times2\times10^{-7}\ \mathrm{N\ A^{-2}}$$

● μ_0 を**真空の透磁率**という． μ_0 *の値は*（真空の誘電率 ε_0 と異なり，**実測値ではなく定義**である）

【 μ_0 *の単位*】

$$F=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I\times I'}{R}L\rightarrow\mu_0=2\pi\frac{F}{I\times I'}\frac{R}{L}\text{ だから，単位は }\mathrm{N\ A^{-2}}\text{ となる．}$$

$\mathrm{N\ A^{-2}}$ *を* $\mathrm{H/m}$ とも書く．H（ヘンリー）はコイルに流す電流とコイルを通過する磁束（磁力線の総本数に相当）の比（後に学ぶ）

3. 直線電流がつくる磁場

前スライドのように，直線電流がつくる磁場

$$B = k\frac{I}{R}$$

の比例係数kは，電流の（単位の）定義と連動している.

こうして，真空中で直線電流 I がつくる磁場Bは

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}, \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N\,A^{-2}}$$

である.

4. ビオ・サバールの法則

==

□　ビオ・サバールの法則を使うと，定常電流の周囲の磁場を計算できる　□

==

直線電流がつくる磁場は分かった.

任意の形の導線に流れる電流がつくる磁場は，どのようにして計算できるだろうか？

クーロンの法則により**電荷分布がつくる電場**を計算する筋道は

- 点電荷がつくる電場は**逆二乗則**を満たす.
- 複数の点電荷がつくる電場は，**点電荷がつくる電場**を**重ね合わせ**る
- **連続した電荷分布**がつくる電場は，微小体積$\boldsymbol{dV}$の**内部の電荷**$\boldsymbol{\rho dV}$がつくる電場を**重ね合わせ**る（**積分**）

【推測】

電流がつくる磁場を計算する筋道は

- 導線を微小部分に分割
- **微小部分の電流（電流素片）**がつくる**微小な磁場**
  - ・・　**逆二乗則**
  - ・・　電流素片は**ベクトル**
  - ・・　見る位置により**ベクトル**の見え方が変わる
- すべての微小部分について，磁場を寄せ集める.

【１個の電流素片がつくる微小な磁場】

式を簡単にするため，

- 注目する電流素片の位置を原点に
- その電流の方向を z 軸に
- 磁場を観察する位置を $\vec{r}$ とし，z 軸と$\vec{r}$ のなす角をθと

とする.

電流素片　$I\, d\overrightarrow{r_0}$ *が*位置 $\overrightarrow{r}$ *につくる微小な*磁場

- 大きさは　$\frac{1}{r^2}$ に比例（逆二乗則）すると**仮定**
- 大きさは $|I\, d\vec{r}_0| \sin\theta$ *に比例*すると**仮定**
  - ・・　I に比例
  - ・・　素片の**実効的な**長さに比例
    - ・・・　位置 $\overrightarrow{r}$ から見る*と* $d\overrightarrow{r_0}$ *は*短く見える
    - ・・・　$\overrightarrow{r}$ と z 軸のなす角をθとすると，$\boldsymbol{sin\theta}$　**倍**
- 磁場の向きは z 軸を中心とする円の接線方向，右ネジの向きと**仮定**
  - ・・　$I\, d\overrightarrow{r_0}$ と直交する向き
  - ・・　$\overrightarrow{r}$ と直交する向き

以上を式であらわすと

大きさ：　$\left|d\vec{B}\right| \propto \dfrac{I\,|d\vec{r}_0|}{r^2}\sin\theta$

向き：　$d\vec{B} \perp \overrightarrow{\mathrm{dr}_0}$，$\vec{B} \perp \vec{r}$

ベクトル記号でまとめると，外積を用いて

$$d\vec{B} = k\frac{I}{r^2}d\vec{r}_0 \times \left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = k\frac{Id\vec{r}_0 \times \vec{r}}{r^3}$$

となる．比例*係数*k　は直線電流の磁場を再現できるように決める．

原点以外の点にある電流素片がつくる微小磁場は，$\vec{r} \to \vec{r} - \vec{r}'$　*に*おきかえて

$$d\vec{B} = k\frac{Id\vec{r}' \times (\vec{r} - \overrightarrow{r'})}{\left|\vec{r} - \overrightarrow{r'}\right|^3}$$

電流はループになっているから（直線電流は無限遠をまわって戻ってくる），周回積分路をＣとして求める磁場は

$$\vec{B}(\vec{r}) = k\oint_C d\vec{B} = k\oint_C \frac{Id\vec{r}' \times (\vec{r} - \overrightarrow{r'})}{\left|\vec{r} - \overrightarrow{r'}\right|^3} \cdots$$ *ビオ・サバールの法則*

$k = \frac{\mu_0}{4\pi}$ *とすれば*直線電流の磁場が再現する．

5. 直線電流による磁場

教科書参照

図は水平な直線電流，赤矢印が電流素片 Idr' ，磁場の観測点Pは[注目する電流素片から距離 r，電流とのなす角がθ]

ビオ・サバールの法則により，微小磁場は

大きさ : $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idr'\sin\theta}{r^2}$

向き： 紙面に垂直，裏から表へ抜ける方向.
素片の位置がどこにあっても，この方向は同じだから，微小磁場を寄せ集めても向きは変わらない.

大きさ dBの積分を実行すれば，最終的な大きさとなる.

分子の $dr'\sin\theta$は，Pから素片を見込む微小な角を$d\theta$ とすると，$rd\theta$に等しい.

$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ird\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\theta}{r}$

異なる位置の素片による微小磁場を寄せ集める：

- P からの距離rが変化するので，これをθの関数で表せば，寄せ集める作業はθについての積分で表せる.
- Ｐと直線の距離を $R(=一定)$ とすると，$R = r\sin\theta \to \frac{1}{r} = \frac{\sin\theta}{R}$
- θの積分区間は，直線の左に行くと$\theta \to 0$, 右に行くと$\theta \to \pi$

$$B = \int_{直線} dB = \int_{直線} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\theta}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{直線} \frac{d\theta}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\int_{\theta:0\to\pi} \sin\theta\, d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}[\cos\theta]_0^\pi = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}$$

6. 円電流による磁場

教科書参照

十分に遠くから見ると，電気双極子がつくる電場と同じ形である.

7. ヘルムホルツコイル

教科書参照

同じ大きさの円ループに同じ電流を流すと，中央付近に均一な磁場ができる.

３つのヘルムホルツコイルを互いに直角に配置し，任意の方向の磁場を発生させる.

これにより実験室で地磁気の影響を無くすことができる.

8. ソレノイドコイル

円筒に導線を密に巻き付けた形状のコイルを，ソレノイドコイルという.

１巻き円ループのコイルを重ねたものと同じ.

中空ソレノイドの中央付近の磁場は，均一で軸方向を向き，$B = \mu_0 nI$
ただし，nは単位長さ当たりの巻き数，Iは電流である

両端付近では磁力線が広がり，磁場が弱まる.

グラフは，軸上の磁場の大きさをプロットしたもの.
各曲線はソレノイドの半径と長さの比を変えたもの.

9. 有限長ソレノイドコイルの磁場

磁場のシミュレーション結果