２．交流回路素子

交流回路素子 [教科書 13章]

【目的】 交流回路の基本動作を理解する

【効能】 三角関数で表された単振動に慣れる

【キーワード】
- 単振動 : 振幅, 周期, (角)振動数, 実効値, 電力
- 抵抗: [Ω]
- コンデンサー : 容量 [F],
- コイル : インダクタンス [H]

2.1 交流(AC)

- 原意：時間的に流れの向きが交替する電流
- 代表：サイン波形の電流

- 拡張
  - 0を中心としないとき：直流(DC)成分＋交流(AC)成分
  - サイン波以外の振動波形（サイン波の重ね合わせ）

  - 電圧波形：交流電圧

2.2　サイン波形の基本用語

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t + \phi) = I_0 \cos\left(\omega t + \phi - \frac{\pi}{2}\right)$$

- 振幅: I_0
- ある時刻tにおける位相:　$\omega t + \phi$
  - 初期位相:　ϕ
- 角振動数(角周波数): $\omega = 2\pi f$　$[\mathrm{rad}/s]$
- 振動数(周波数): f [Hz]
- 周期: $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$,　$\omega T = 2\pi$
- コサイン関数による表示

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi) = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi\right)$$

2.3 電流･電圧の実効値

- パワーの瞬時値:

$$P(t) = IV = I \times (RI) = RI^2 = \frac{1}{R}V^2$$
$$= RI_0^2 \sin^2(\omega t)$$

- 1周期にわたる平均値

$$< P > = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)dt = \frac{1}{T}RI_0^2 \times \frac{T}{2} = R\ \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2$$

- 実効値:抵抗で生じるジュール熱が同じ直流の値

$$I_{\mathrm{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \qquad V_{\mathrm{eff}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

- 交流電圧の呼称は実効値

2.4 交流電力

- ある素子に投入される電力
  - 瞬時値:　$P(t) = I(t)V(t)$　[W]
  - 平均値:　$< P >= \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\, dt$
- 一般的には，素子の電流と電圧に位相差がある
  - $I(t) = I_0 \sin \omega t$,　$V(t) = V_0 \sin(\omega t + \delta)$
  - $< P >= \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\, dt$

$$= I_0 V_0 \frac{1}{T}\int_0^T \{\cos\delta \sin^2 \omega t + \sin\delta \sin\omega t \cos\omega t\}\, dt$$

$$= \frac{I_0 V_0}{2}\cos\delta$$

- 電流が流れても電力が消費されないこともある

2.5　抵抗

- オームの法則:

$$V(t) = RI(t)$$

- 抵抗を流れる電流と電圧には位相差がない.

- 直流とまったく同じ取り扱いになる

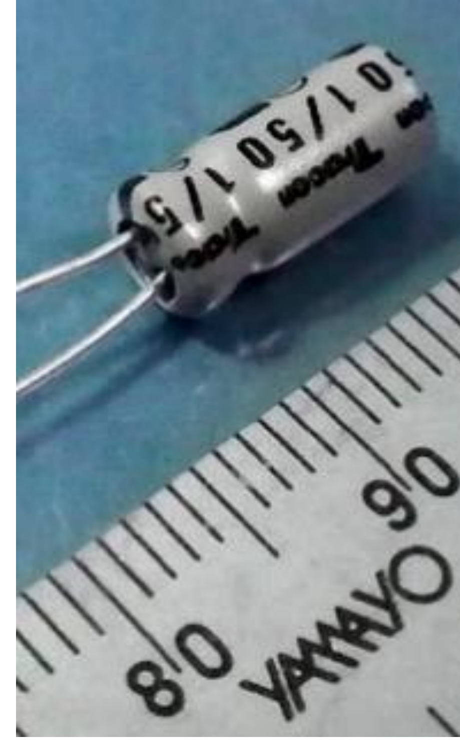
2.6 コンデンサー

- 電荷保存則

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

- クーロンの法則

$$Q = CV, \qquad C:[F]\ 容量$$



1 μF, 50V

$$I(t) = C\frac{dV}{dt} = CV_0\frac{d\sin\omega t}{dt} = \omega CV_0\cos\omega t$$

- リアクタンス: $\frac{1}{\omega C}$ [Ω]　抵抗に相当する量
- 電力消費0: 電流が電圧より90度進む

2.6′　$Q = CV$ 【根源の理由】

- クーロンの法則における重ね合わせの原理

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \to \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{Q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^2}\left(\frac{|\vec{r}-\vec{r}_i|}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}\right)$$

- ガウスの法則

$$\iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho\, dV \to \nabla\cdot\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

- 電荷分布を全体的に倍 ⇒ 電場，電位が倍
    - 電荷の大きさと，そこから生じる電気力線の本数が比例

2.7 コイル

1 mH, ϕ = 5 cm d = 1 cm

- 電磁誘導の法則

$$V = \frac{d\Phi}{dt}$$

- アンペールの法則: 磁場と電流の線形関係

$$\Phi = LI, \qquad L\text{: インダクタンス[H]}$$

$$V = L\frac{dI}{dt} = L\frac{dI_0 \sin\omega t}{dt} = \omega L\, I_0 \cos\omega t$$

- リアクタンス: ωL[Ω] 抵抗に相当する量
- 電力消費0: 電流が電圧より90度遅れる

2.7’　$V = L\dfrac{dI}{dt}$ 【根源の理由】

- 電磁誘導の法則:

$$V_{\mathrm{emf}} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

- マクスウェル・アンペールの法則:

$$\underbrace{\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I}_{B \propto I} + \varepsilon_0 \mu_0 \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- 近似:電磁波の原因となる項を無視する

$$\frac{\partial E}{\partial t} \propto \omega E \to \omega \simeq 0$$