$f(t)$のラプラス変換は$\boxed{F(s)=\int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt}$で定義される

Q1.　$y'(t)+2\ y(t)=0$を解け(一般解を求めよ)．ヒント：$y(t)=Ae^{\lambda t}$を微分方程式に代入しλを決定する．

Q2．$y'(t)+2\ y(t)=4,\ y(0)=5$を解け（特解を求めよ）．ヒント：Q1 の解（斉次解）の係数Aを t の関数と考え，微分方程式に代入し，A が満たすべき式を求める．

Q3. $y(t)$のラプラス変換$Y(s)$を用いると，$y'(t)$のラプラス変換が$sY(s)-y(0)$となることが知られている．また定数 1 のラプラス変換は$\frac{1}{s}$となるという．さらに，ラプラス変換は線形である．これらの知識をもとに，①Q2 の微分方程式をラプラス変換せよ. ②Y(s)を s の関数として表しできるだけ簡単な分数に分解せよ(部分分数分解)．

Q4. $\frac{1}{s}$の逆変換(ラプラス変換すると 1/s になるもの)が 1, $\frac{1}{s+a}$の逆変換がe^{-at}となることを既知として，Q3 で得た Y(s)を逆変化して$y(t)$を求めよ．

Q5.①定数 c, ② $u(t-c)=\begin{cases}1\cdots t\geq c\\0\cdots t<c\end{cases}$ のラプラス変換を計算せよ(関数 u(t)は単位階段関数という(c = 0 の場合)),

③ e^{-at}のラプラス変換を計算せよ．

Q6. ①ラプラス変換が線形であることを確認せよ．② $f'(t)$と③$f''(t)$のラプラス変換を計算せよ．

Q7.　$\mathcal{L}[f(\mathrm{t})]\equiv\int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt=F(s)$と書く．

① $\mathcal{L}[f(at)]=\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$,

②　$\mathcal{L}[f(t-b)]=e^{-bs}F(s)$,

③ $\mathcal{L}[f(t)e^{at}]=F(s-a)$,　$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t')dt'\right]=\frac{1}{s}F(s)$を確認せよ．