1. 電磁気現象の根源は電荷（と電流）

(ア) 電荷と電流

① 二種類の電荷：反発力と引力，電荷の加算性 ⇒ 正・負

② クーロンの法則：逆２乗則，重ね合わせ，作用反作用

③ 電荷密度 $\rho = \frac{dQ}{dV}$ $(\mathrm{C/m^3})$, $\rho(\vec{r}, t)$

④ 電流（電荷の流れ）：

向き：正電荷の速度ベクトル，

大きさ：$I = \frac{dQ}{dt}$ 流れに直交する断面 S を dt 内に dQ が通過

単位：$(\mathrm{A = C/s})$

⑤ 電流密度 $\vec{j}$, $I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S}$ $(\mathrm{A/m^2})$ $\boxed{\text{面積分}}$

電荷の運動：$\vec{j} = \rho \vec{v}$

(イ) 電場

① 電荷は周囲の空間に電気的なひずみ（電場）をつくり，

他の電荷はその歪のために力を受ける．

② $\vec{F} = q\vec{E}$, $\vec{E} = \frac{1}{q}\vec{F}$ $\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} \to \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right)$

③ 点電荷による電場：$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{Q_j}{|\vec{r}-\vec{r}_j|^2}\frac{\vec{r}-\vec{r}_j}{|\vec{r}-\vec{r}_j|}$, $\varepsilon_0 \simeq 8.9 \times 10^{-12} \frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{C^2}}$

④ 電荷密度による電場： $= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{\rho(\vec{r}')dV'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$,

成分で書くと・・・

⑤ ガウスの法則：

電気力線：正電荷から出て負電荷に入る．本数は電荷に比例．

反発（逆２乗則），縮む（クーロン力）という性質を付与

電気力線の密度が電場の大きさ，接線が電場の向き

閉曲面を貫く総本数（出る本数を正，入る本数を負）

∝内部の電荷の総量

$$\boxed{\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint \rho\, dV}$$

⑥ 電位（静電ポテンシャル）

⑥ $\phi(\vec{r}_B) - \phi(\vec{r}_A) = -\int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{E} \cdot d\vec{r}$ $\boxed{\text{線積分}}$

⑦ $d\phi = \phi(\vec{r} + d\vec{r}) - \phi(\vec{r}) = -\int_{\vec{r}}^{\vec{r}+d\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$ $\boxed{\text{全微分}}$

$$d\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x}dx + \frac{\partial\phi}{\partial y}dy + \frac{\partial\phi}{\partial z}dz = \nabla\phi \cdot d\vec{r} \Rightarrow \vec{E} = -\nabla\phi$$

単位：V　　電場⇔力，電位⇔エネルギー

1V×1C =1J　1V/m×1C = 1N

(ウ) 磁場

① 電荷が運動しているとき（電流）だけに作用する

② $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$ $\boxed{\text{外積}}$ ローレンツ力 $\vec{F} = q\vec{E} + q\,\vec{v} \times \vec{B}$

③ 直線電流が受ける力 $\vec{F} = \vec{B} \times I\vec{L}$

④ 磁場の単位：$\mathrm{T = N\,s/C\,m}$

⑤ 電流がつくる磁場

真空の透磁率：平行電流間の力 $\mathrm{F} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{II'}{R}L$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$

1. ビオサバール $\vec{B}(\vec{r}) = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\,d\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} \times \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

2. アンペールの法則，アンペール・マクスウェルの法則

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} \to \boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint \left\{\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right\} \cdot d\vec{S}}$$

⑥ 磁荷と磁場，磁力線

1. 磁場の逆２乗則，磁気双極子と電流ループ

$\boxed{2.\quad \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0}$

(エ) ファラデーの電磁誘導の法則

$$V_{emf} = -\frac{d\Phi}{dt} \to \boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\iint \vec{B} \cdot d\vec{S}}$$

1. 電荷保存則とその微分表現

$$\iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\iiint \rho dV = -\iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

ガウスの発散定理:

$$\iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iiint \nabla \cdot \vec{j}\ dV$$

∴

$$\iiint \nabla \cdot \vec{j}\ dV = -\iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

⇒

$$\nabla \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

2. 電場に関するガウスの法則（クーロンの法則）とその微分表現

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint \rho\, dV$$

ガウスの発散定理:

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iiint \nabla \cdot \vec{E}\ dV$$

∴

$$\iiint \nabla \cdot \vec{E}\ dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint \rho\, dV$$

⇒

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

2’ 静電位と電荷の関係とその微分表現

$$\vec{E} = -\nabla \phi$$

⇒

$$\nabla^2 \phi = -\nabla \cdot \vec{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

3. 磁場に関するガウスの法則とその微分表現

$$\iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

⇒

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

4. アンペール・マクスウェルの法則とその微分表現

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \iint \left\{ \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right\} d\vec{S}$$

ストークスの定理

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \iint \nabla \times \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

∴

$$\iint \nabla \times \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \iint \left\{ \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right\} d\vec{S}$$

⇒

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

5. 電磁誘導の法則とその微分表現

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

ストークスの定理

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = \iint \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

∴

$$\iint \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

⇒

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$