

解答

1. 1 cc の水の温度を 1 度上昇させるのに必要な熱量は約 4.2 ジュール。2 リットル(2000 cc) の水を 90 度 - 20 度 = 70 度だけ高温にするには

$$4.2 \times 70 \times 2000 = 588000 = 5.88 \times 10^5 \text{ J}$$

のエネルギーが必要である。1 秒間に 1 ジュールのエネルギーが変化するとき 1 ワットだから

$$\frac{5.88 \times 10^5 \text{ J}}{1 \times 10^3 \text{ J/s}} = 5.88 \times 10^2 \text{ s} = \frac{5.88 \times 10^2}{60} \approx 10 \text{ min}$$

となり、約 10 分必要である。

2. 自動車の運動エネルギー、すなわち発熱量は

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1000\text{kg})\left(\frac{36 \times 1000\text{m}}{3600\text{s}}\right)^2 = \frac{1}{2}10^3 \cdot 10^2 \text{ J} = 0.5 \times 10^5 \text{ J}$$

である。ブレーキ板の熱容量（物体全体の温度が 1 度上昇するときに必要な熱量）は

$$450 \times 5 = 2.25 \times 10^3 \text{ J/K}$$

だから、温度上昇は

$$\frac{0.5 \times 10^5 \text{ J}}{2.25 \times 10^3 \text{ J/K}} \approx 20 \text{ K}$$

である。

3. 断熱過程では $PV^\gamma = \text{一定}$ の関係が保たれる。圧縮前と後の状態を添え字 0 と 1 で区別すると

$$P_0 \cdot (V_0)^{3/2} = P_1 \cdot (V_1)^{3/2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_0} = \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{3/2} = 16^{3/2} = 64$$

より圧力が 64 倍となることがわかる。シリンダー内の空気の量が n モルだとすると、状態方程式は $PV = nRT$ だから

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} = 64 \cdot \frac{1}{16} = 4$$

となる。圧縮前の温度が $T_0 = 300\text{K}$ であれば、 $T_1 = 1200\text{K} = 927$ となる。（実際のジェゼルエンジンでも 700 程度にまで上昇し、噴霧された燃料の軽油が自動着火する。）

4. 効率の定義により

$$\eta = \frac{T_H - T_L}{T_H} = \frac{(273 + 250) - (273 + 10)}{250 + 273} = \frac{240}{523} \approx 0.46$$

となり，約 46%である。

- 5 . 可逆熱機関を正運転するとき， T_H の熱源から吸収する熱 Q_H と T_L の熱源に放出する熱 Q_L の間に

$$\frac{\text{外部にした仕事}}{\text{高温の熱源で吸収した熱}} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = \frac{T_H - T_L}{T_H}$$

の関係があった。この機関が可逆エンジンであることから，逆に運転した場合も全く同じ量の熱が逆向きに移動する。ただし，逆向きの運転に対する効率としては

$$\frac{\text{低温の熱源から吸収した熱}}{\text{投入した仕事}} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

をとるべきだろう。なぜなら，逆の運転では，外部から投入した仕事により，低温の熱源から熱をくみ出すことが目的だから，力学的仕事の何倍の熱をくみ出せたかを見やすくする必要があるのである。計算すると

$$\eta = \frac{(273 + 27)}{(273 + 33) - (273 + 27)} = \frac{300}{6} \approx 50$$

となる。これは，10 kW すなわち 1 秒間に 10,000 J を 27 の室内から 33 の室外に運び出すとき，機関に対して $10000 / 50 \text{ W} = 200 \text{ W}$ の仕事をする必要があることを意味している。

逆に，27 の外気から 10kW で熱を吸収して室内を 33 に保持するために（暖房装置として）可逆熱機関を使うと，約200W ですむ。室内にヒータを設けて10kWの加熱をするよりはるかに効率のよい暖房である。

実際の冷暖房装置は可逆機関ではなく，その効率は 1/10 程度に落ちる。