14

Q. 与えられていた解説のどの部分が答えですか？

A. 「関数$f(t)$をフーリエ展開せよ」とは，「$f(t)$を$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\{a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t\}$という形に書き表せ」ということです．この問では，たとえば

$$\sin^2 t=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2t$$

の右辺がフーリエ展開になります．

Q. $\omega=1$としたのですか．

A. $\sin^2 t+\cos^3 t$の場合は$\omega=1$（周期が$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi$）です．一方，$\sin^2 t$の場合は，$-\frac{1}{2}\cos 2t$が基本周期のコサインであるとするなら$\omega=2$ $(T=\pi)$です．

Q. $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\{a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t\}$の係数が 1 個とか 2 個しかなくてもフーリエ展開ですか．

A. そうですが，もう少し微妙な言い方で答えたいので，ぜひ本分を読んでください

Q. 普通の加法定理だけ使って計算したのですか．

A. そうです．

16

Q. $a_0=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}f(t)\,dt$ は，T=2πの場合の式ですから，誤植だと思います．

A. すみませんでした．そのとおりです．

Q. $\int_0^T\sum_{\mathrm{n}=1}^{\infty}\{a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t\}\cos m\omega t\ dt$ という式で n と m が混在していますが，どういう理由ですか．

A. まず，n は総和の引数ですから，総和記号を使わないで式を書けば

$$\int_0^T\{a_1\cos\omega t+a_2\cos 2\omega t+\cdots+b_1\sin\omega t+b_2\sin 2\omega t+\cdots\}\cos m\omega t\ dt$$

となります．一方，m は，m 番目の高調波（振動数が$m\omega$）に注目してその振幅を計算しようとしていることを示します．mは 1,2,3,...の<u>どれか一つ</u>の値です．

17

Q. 偶関数と奇関数の取り扱いがわかりません．

A.

[定義]

$f(t)$が偶関数のとき，$y=f(t)$のグラフは y 軸について対称です: $f(-t)=f(t)$. とくに$\frac{df}{dt}(0)=0$

一方，奇関数のとき，グラフは原点について対称です：$f(-t)=-f(t)$.　とくに$f(0)=0$

[性質]

【関数の和】

➢ 偶関数$e_1(t)$と偶関数$e_2(t)$どうしの和$f(t)=e_1(t)+e_2(t)$は偶関数

- 奇関数$o_1(t)$と奇関数$o_2(t)$どうしの和$f(t)=o_1(t)+o_2(t)$は奇関数
- 偶関数と奇関数の和は，偶関数でも奇関数でもない．
- 偶関数でも奇関数でもない関数$f(t)$を偶関数と奇関数の和で表せる．

【関数の積】

- 偶関数どうしの積$f(t)=e_1(t)\times e_2(t)$は偶関数
- 奇関数どうしの積$f(t)=o_1(t)\times o_2(t)$は偶関数
- 偶関数と奇関数の積$f(t)=e(t)\times o(t)$は奇関数

【偶関数$e(t)$と奇関数$o(t)$の定積分】原点を含む対称区間$[-a,a]$で積分する

- $\int_{-a}^{a}e\,(t)dt=2\int_{0}^{a}e(t)\,dt$
- $\int_{-a}^{a}o\,(t)dt=0$

【本問に用いた論理】

- $f(t)$が偶関数のとき，$\sin n\omega t$が奇関数だから，$f(t)\ \sin n\omega t$は奇関数となり，$\int_{-\mathrm{T}/2}^{\mathrm{T}/2}f(t)\sin n\omega t\,dt=0$.

- $f(t)$が奇関数のとき，$\cos n\omega t$が偶関数だから，$f(t)\ \cos n\omega t$は奇関数となり，$\int_{-\mathrm{T}/2}^{\mathrm{T}/2}f(t)\cos n\omega t\,dt=0$.

【その他】

- $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\{a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t\}$において$\frac{a_0}{2}$と$\sum_{n=1}^{\infty}\{a_n\cos n\omega t\}$は偶関数，$\sum_{n=1}^{\infty}\{b_n\sin n\omega t\}$は奇関数.

18

Q. Duty とは何のことですか.

A. パルスを扱う技術者が使う用語です. Low と high の間を往復する矩形パルスの列で, 1 周期の中の何%が high になっているかを表す量です．言い換えると，1 周期に占めるパルス幅の割合です．high のときにだけ電流が流れる電気回路だと，Duty が 50%ならば，常時 high の場合と比較して電流の平均値が 50%になります.

Q. 「原点でジャンプする」という言い方はよく使うのですか.

A. 関数の左極限と右極限が異なるとき「ジャンプする（跳躍がある）」と普通に言うと思います.

Q. (1)で区間外の$-\mathrm{T}/2$が出てくるのはなぜですか.

A. 関数は，どの 1 周期に対して定義してもよいので，本問では[0,T]で定義しました．しかし，フーリエ係数の計算の積分においては，計算しやすい 1 周期を積分区間にとってかまいません．なぜなら，周期関数については

$$\int_{0}^{\mathrm{T}}f(t)dt=\int_{\alpha}^{T+\alpha}f(t)\,dt$$

だからです.

Q. 周期が T のつもりで計算していったのに，最後に T=2π を代入していますが，どういうことですか.

A. $\omega=2\pi/\mathrm{T}$の関係があります．T=2π を代入していません.
他にも，$\mathrm{T}\omega=2\pi$の関係を見落としているための質問がありました.