【1】xy平面上の領域 D（直線$x=a, x=b,$ 曲線 $y=\varphi_1(x), y=\varphi_2(x)$で囲まれた領域）について，①その面積$S$を求める 2 重積分の式を書け．②この重積分を累次積分により実行するときyについての積分を先に行うと$S=\int_a^b\{\varphi_2(x)-\varphi_1(x)\}dx$となることを示せ.

【2】 2 次元の極座標を用いて，原点を中心とする半径Rの円の面積を求める式を書き，計算を実行せよ.

【3】 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$のとき

①$\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\,dx=1$を示せ.

② $\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)\,dx$を求めよ.

③ $\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^2f(x)\,dx$を求めよ.

【4】ある領域 D において，$f(x,y)\geq 0$，$\iint_{\mathrm{D}}f(x,y)\,dxdy=1$となる関数$f(x,y)$がある.
さらに,

$$\iint_{\mathrm{D}}xf(x,y)\,dxdy=m_x,\quad \iint_{\mathrm{D}}yf(x,y)\,dxdy=m_y$$

および

$$\iint_{\mathrm{D}}(x-m_x)^2f(x,y)\,dxdy=\sigma_x^2,\quad \iint_{\mathrm{D}}\left(y-m_y\right)^2f(x,y)\,dxdy=\sigma_y^2$$

と書くとき，次の量（相関係数）

$$r=\frac{\iint_D(x-m_x)\left(y-m_y\right)f(x,y)\,dxdy}{\sigma_x\sigma_y}$$

の絶対値が 1 以下（したがって$r^2\leq 1$）となることを示せ.

ヒント：

$$\iint_{\mathrm{D}}\left(r\times\frac{x-m_x}{\sigma_x}-\frac{y-m_y}{\sigma_y}\right)^2f(x,y)dxdy$$

を考察せよ.