

[1] 次の微分方程式は何階か, また何次か?

$$(1) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = 12(2x-1)$$

$$(2) \quad d\rho = -a^2 \frac{\sin 2\theta}{\rho} d\theta$$

$$(3) \quad \left(3a \frac{dy}{dx} + 2\right) \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^2 = \left(a \frac{dy}{dx} + 1\right) \frac{dy}{dx}$$

[2] $y = C_1 x \cos(\ln x) + C_2 x \sin(\ln x) + x \ln x$ が微分方程式 $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + 2y = x \ln x$ の解であることを示せ。

[3] 次の微分方程式を変数分離によって解け。

$$(1) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{(1+x^2)xy}$$

$$(2) \quad a \left(x \frac{dy}{dx} + 2y\right) = xy \frac{dy}{dx}$$

[4] 次の斉次微分方程式を変数分離型に変換して解け。

$$y^2 + x^2 \frac{dy}{dx} = xy \frac{dy}{dx}$$

[5] 次の1階の線形微分方程式を解け

$$\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^{5/2}$$

[6] 次の2階線形定係数微分方程式

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0$$

について

(1) 特性方程式を書け。

(2) 特性方程式の解が2実根の場合, 重根の場合, 複素共役根の場合について, それぞれ一般解を書け。