６章の例題の Q&A

例題 6.1

Q.「タイヤと地面の接触面ではタイヤは後方に動こうとしている」というのが納得できません.

A. 水たまりでタイヤが空転すると水が後ろに飛ばされます．あるいは，タイヤと地面の間に１枚の紙を挟んだとおもってください．紙はタイヤが回ると後ろに飛ばされるでしょう．地面との接触面でタイヤが後ろに動こうとしていなければ，こういうことにはなりませんね．タイヤは地面を後方に蹴り，その反作用で地面はタイヤを前方に蹴り返します．この地面からの力で車は前方に加速度をもつのです.

例題 6.3

Q. 等速円運動では，なぜ加速度は中心方向なのでしょうか？証明はできるのでわかるのですが・・・中心方向に加速度が向いているのに，それに垂直に進むのでしょうか？

A. 力（のベクトル）の向きがいつも同じ方向で，物体の初速度（のベクトル）も力と同じ向きなら，物体は初速度の向きに運動を続け，力の影響は速度の大きさを変えるだけです（速度の向きを変えません).

力（のベクトル）の向きがいつも同じであっても，物体の初速度（のベクトル）が力と異なる向きなら，力によって生じる加速度（速度ベクトルの変化を，変化に要する時間でわったもの）は初速度の向きを変えるので，物体の軌道は曲線を描きます．その例は，一定の重力のもとで起きる放物運動です.

円軌道を描く物体に加わる力が常に円の中心に向かうとき，速度は常に軌道の接線方向なので，速度と力が直交します．ある瞬間をとらえて，そのときの速度を「初速度」と思えば，中心に向かう力によって速度の向きが変化し，曲がった軌道＝円を描くことになります.

「惑星が太陽をまわる円軌道を描くためには，後ろから天使が押しているに違いない」という考え方が 400～500 年前まで続いていました：摩擦のある机の上で物体を動かす経験をすなおに受け入れてしまったためでした．これに対して，力とは速度ベクトルの時間変化の割合であるという認識が近代科学の世界観なのです：力が作用しない物体は等速度で運動を続けると看破したガリレオが偉大でした.

例題 6.4

Q. $m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$ (6.43) となっていますが，右辺のマイナスは「運動している向きと逆の方向に力がかかる」ということであっていますか？

A. 「運動している向き」は「速度の向き」という意味で使うので，No です．この式を素直に読めば「x が正のとき力が負」となり，式の中に速度について言及するところはありません.

この式を記すために座標軸をとったのですが，それは，バネの伸びる方向（物体が運動する方向，物体の速度の方向）と平行に軸をとり，座標原点の位置はバネの伸縮が 0（バネが自然長）のときの物体の位置です．バネを伸ばす向きを座標軸の正方向とすれば，$x > 0$（< 0）でバネが伸びた(縮んだ)ことになります．バネを縮める方向に座標軸の正方向をとれば，$x > 0$（< 0）でバネが縮んだ(伸びた)ことになります.

力はベクトルであり大きさと向きがありますが，バネが物体に及ぼす力は座標軸と平行にしか作用しないので，力を単なる（符号付きの）数として扱うことができます．力の符号が正というのは，力の

向きが座標軸の正の方向であることを意味します.

　座標軸の正方向をバネが伸びる方向にとったとしましょう．そうすると，バネが伸びたときに$x > 0$,その結果として力は$-kx < 0$となります．このときの力の向きは座標軸の負の方向を向きます．言い換えると，バネを伸ばすとき，バネを伸ばした方向と逆向きに（バネを縮める方向に）力が働くことを意味します.

Q. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{a}{g}}$(6.44)に$m$が入っていないのですが物体の重さは周期には関係ないのでしょうか？

A. 中辺にはmが入ってます. 状況を記した文を読むと, aは重力mgによるバネの伸びと書いてあります. $a = \frac{mg}{k}$ですから，aの中にmが隠れています．式中の記号の定義が不明なときは，前にもどって確認しましょう

例題 6.5

Q. $mg = G\frac{mM}{R^2}$　(6.62) によると，質量が小さいほど力が小さくなります。自分たちが日常生活で万有引力を感じないのは質量が小さすぎて感じられないということでしょうか？

A. 体重＝身体に作用する重力＝地球が引く力＝身体と地球の間に働く万有引力．体重を感じないのは若くて元気だから？

例題 6.6

Q. 衛星は等速円運動をしていると思うのですが、何故等速なのに加速度があるのでしょうか？向心力が関係しているのでしょうか？

A. 例題 6.3 の Q&A を参照してください.

その他

Q. 教科書の$x = d\cos\omega_0 t$ (6.40)の導き方について: $t = 0$で$x = x_0$、$v = v_0$という初期条件が与えられたとき$x = a\cos(\omega_0 t + \varphi)$ (6.32)に$t = 0$を代入すると、$x_0 = a\cos\varphi$、$v_0 = -\omega_0\, a\sin\varphi$ (6.33)となるところが分かりません。定数係数の線形微分方程式についても教えてもらいたいところです。

A. $x(t) = a\cos(\omega_0 t + \varphi)$　と，これを時間で微分して得る速度 $v(t) = \frac{dx}{dt} = -a\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$ に初期条件$x(0) = x_0$、$v(0) = v_0$を適用すると

$x(0) = a\cos(\omega_0 \times 0 + \varphi) = a\cos\varphi = x_0$　および　$v(0) = -a\omega_0\sin(\omega_0 \times 0 + \varphi) = -a\omega_0\sin\varphi = v_0$

となります.

　定数係数の線形微分方程式は，講義時間中（もしかすると「積分法」の授業）に紹介しましょう.