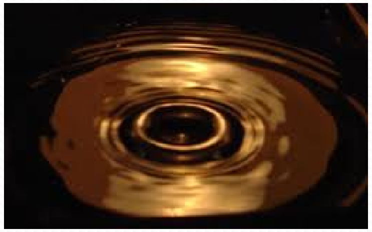
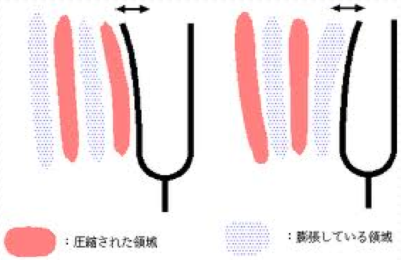
# サイン波

- さまざまな波と波の性質（復習）
- サイン波
  - 周期的な波
  - グラフの読み方
  - 進行波と位相速度
  - 波動方程式
  - 波動方程式の線型性と波の重ね合わせ

# さまざまな波

- 波と媒質 waves and medium：
  - 水面の波—水，　音の波—空気，　地震の波—大地







- 波が伝わる propagate：
  - 平衡点のまわりの振動運動のエネルギーが伝播
  - 変化する量：媒質の位置（構成粒子の平均位置）
- 光・電磁波 light waves and electro magnetic waves：
  - 真空を伝わる波
  - 変化する量：電場ベクトル，磁場ベクトル

# 問１

図１は弦巻バネを伝わる波，図2は水面の波，図3は固体を伝わる音波のイメージ(各点は結晶格子点)である.

(1) それぞれ波となる量は何か.

(2) 下図で格子点が熱エネルギーのためにランダムな運動をするとき，どんな量をつくると波が見えるだろうか.

図1

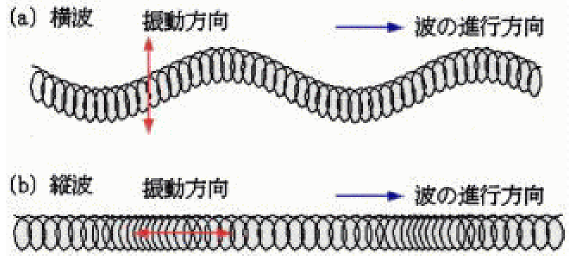
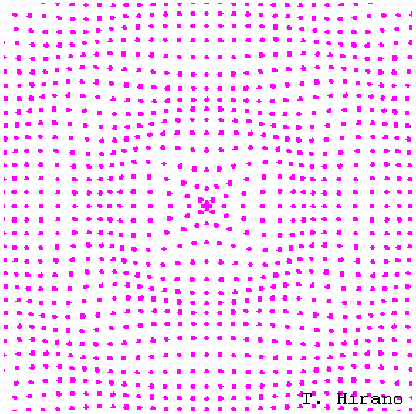



図2

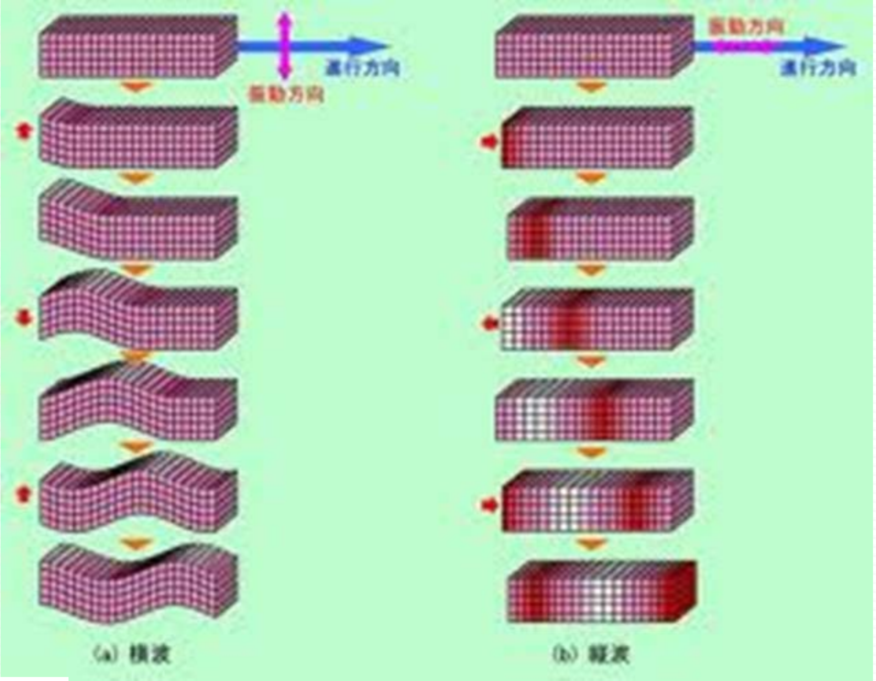
図3



# 横波と縦波

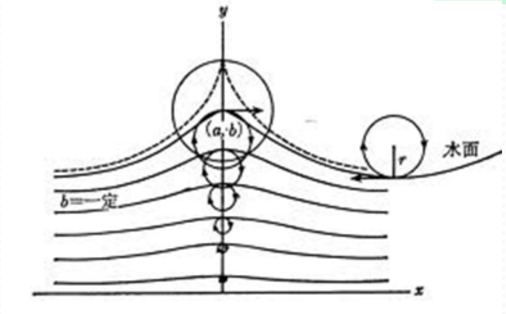
transverse wave and longitudinal wave

- 波の量がベクトルの場合
  - 例
    - 媒質のずれ：　位置ベクトルの変化
    - 電磁場：　電場や磁場のベクトル
  - 波が伝わる向き vs ベクトルの向き により，
    波の分類が出来る




- 「波が進む向き」と「変化の向き」の関係
  - 横波 transverse wave
  - 縦波 longitudinal wave

  - 回転する波



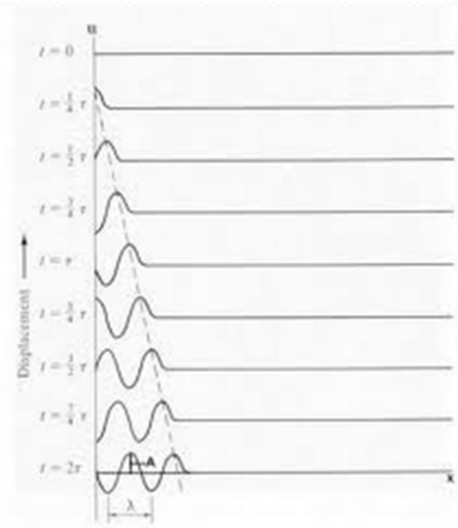
# 問2

1. 「縦波」「横波」について説明し，それぞれの波の例をあげよ．

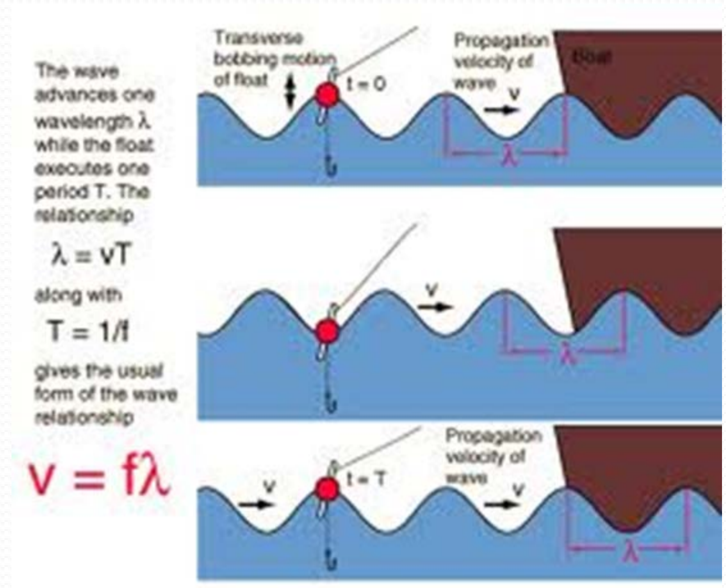
2. 「電磁波の電場が横波で平面波」という状況を，ある時刻の電場の様子のスケッチとして示せ．

3. 地震の震源の<u>真上にいる</u>とき，先に縦揺れ，あとから横揺れが来る．この事実を，固体中の地震波の縦波と横波という用語を用いて説明せよ．

# 周期的な波
## periodic waves



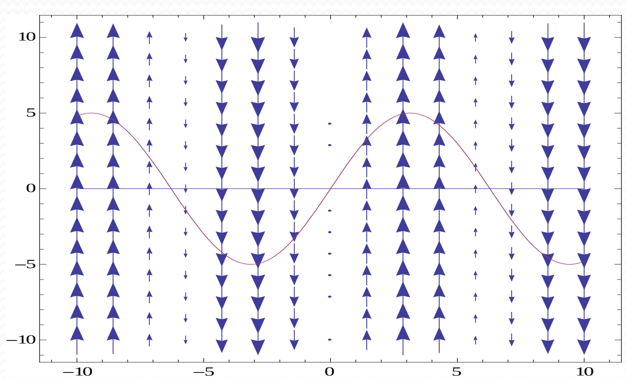
- 周期的な波
  - 一定のパターンが繰り返す波
  - 例： サイン波
- 一点で観測すると（位置を固定）
  - 持続する周期運動
  - 重要な量：振幅，振動数，位相
- 全域で観測すると（時間を固定）
  - 重要な量：波長，速さ



# サイン波 (グラフが表すもの)
sinusoidal waves

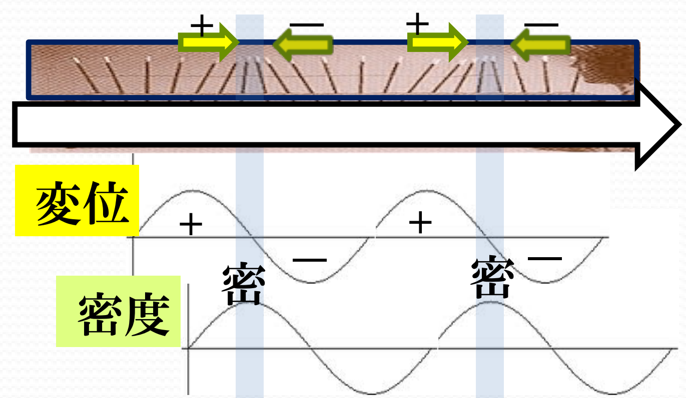
- **サイン波**
  - 空間的な波形も時間的な波形も（コ）サイン関数
- **空間波形を表すサイン曲線の解釈**
  - 1次元の媒質（たとえばロープ），x軸方向に進む平面波
  - 横波のとき，波の進行方向に目印の線を描くと，線がサイン曲線となる
  - 縦波のとき，縦軸が「平衡位置からのずれ」か「密度」か，分別せよ

横波

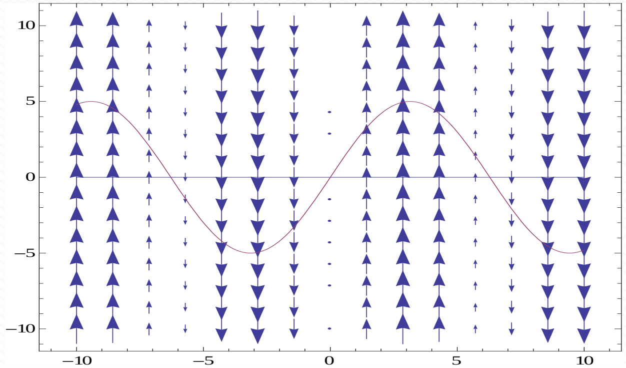


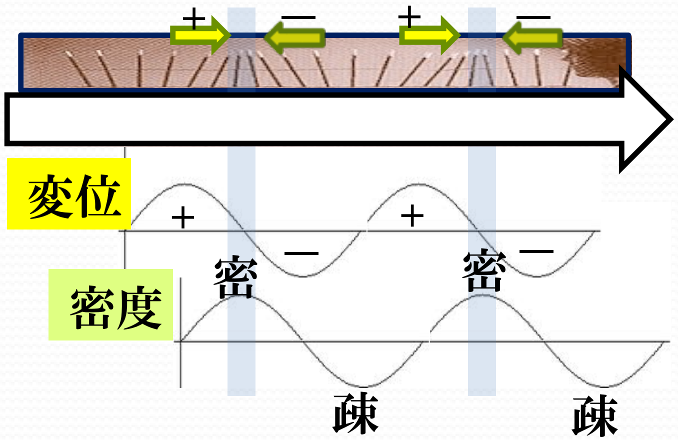

波

縦波



# 問 3




⑴ 左図は横波を表す．横軸は座標，サイン関数のグラフは各点における媒質の平衡状態からの変位を表し，矢印は同一波面上での変位が同じであることを示す．この図から，横波では媒質の密度が変化しないことを確かめよ

⑵ 右図は縦波を表す．横軸は座標．白抜きの矢印は波の進行方向を示す．この矢印の上面に等間隔にマッチ棒を立てたと考えよう．マッチ棒の頭の変位が縦波となる量である．隣の棒の頭が近づく（離れる）とき密度が高い（低い）．縦波は，媒質の変位の波と，密度の波の位相が異なることを確かめよ．

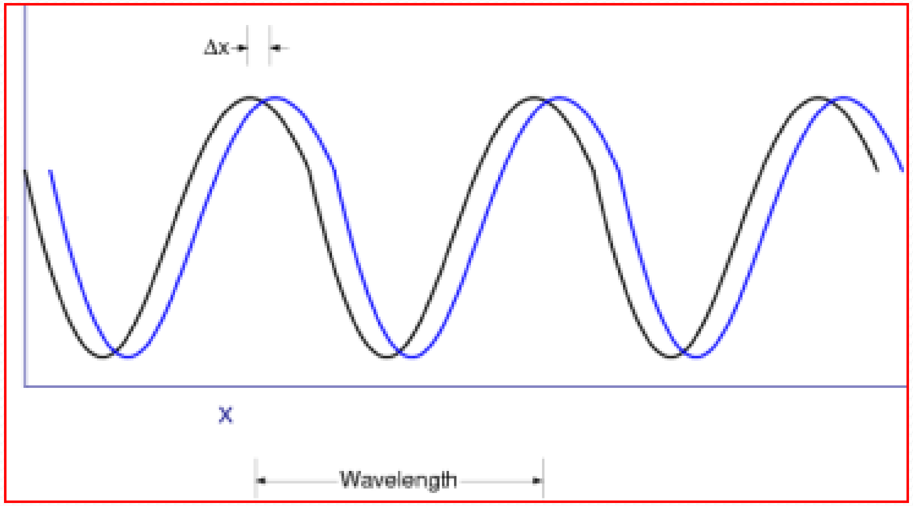
# サイン波(進行波と位相速度)
sinusoidal waves

- **進行波(x軸正方向に進む)**
  - $f(x,t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right) = A\cos(kx - \omega t)$ **初期位相を省略した**

    $x = 0$ で, $f(0,t) = A\cos\omega t$： **単振動**

    $t = 0$ で, $f(x,0) = A\cos kx$： **サイン波形**

    **位相が 0**：$kx - \omega t = 0$ **より** $x(t) = \frac{\omega}{k}t$, **速さ** $\frac{\omega}{k}$ **で正方向に移動**
  - **波長** λ, **波数** $k = 2\pi/\lambda$
  - **位相速度** $c = \omega/k$




- **逆向きの進行波**

  $A\cos(kx + \omega t)$

# 問 4

(1) 波数$k = 2\pi/\lambda = 50\ \mathrm{m}^{-1}$, 振動数$\nu$ =3 kHzのサイン波が$x$軸方正向に伝わる.

(i) 波長λは？1mに何個の波が含まれるか（波長何個分か）？

(ii) 波の速さcは？

(iii)この波を$x$軸上の1 cm離れた2点で同時に観測するとき位相差Δϕは？ラジアンと度で答えよ.

(2) $f(x,t) = \mathrm{A}\cos(kx - \omega t)$をある時刻$t_0$（$0 < t_0 < T$：周期）に観測すると波形が$f(x,t_0) = \mathrm{A}\sin kx$であった. $t_0$の値を周期$T$を用いて記せ.

(3) $f(x,t) = \mathrm{A}\cos(kx - \omega t)$について, 時間が半周期$\left(= \frac{1}{2}T\right)$だけ経過したとき位置$x$での位相変化は？波のある特定の位相の点の移動距離は？

(4) 初期位相が0でないとき, $f(x,t) = \mathrm{A}\cos(kx - \omega t + \varphi)$となる. 時刻0に, 座標原点で変位が0かつ$x = \frac{\lambda}{4}$で変位がAのとき, 位相φを定めよ（$-\pi < \varphi \leq \pi$）. この波をサイン関数を用いて書け.

# サイン波 (波動方程式) sinusoidal waves

- 波動方程式 wave equation : を満たす関数が「波」である

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = 0$$

- どちらの向きに進むサイン波も，同じ波動関数を満たす

$$g_\pm(x,t) = A\cos\left(kx \pm \omega t\right) = A\cos(k(x \pm ct)), \quad c = \omega / k$$

- ひとつの波形が速さcで移動するとき，波動関数を満たす
  - パルスも波

$$g\left(x \pm ct\right)$$

- 波動方程式は線型
  - 2つの解の和（重ねあわせ）も解になる

# 問　５

1. どちらの向きに進むサイン波も波動方程式の解となることを確かめよ.

2. 関数$g(x,t)=(x-ct)^2$ が波動方程式の解であることを確認せよ. 一般に$g(x \pm ct)$すなわち引数が$(x \pm ct)$の「まとまり」となって現れる関数は波動方程式の解であることを確認せよ.

3. 波動方程式が線形であることを確認せよ.

# 波動方程式の線型性
## 波の重ね合わせ

- さまざまな振幅，振動数，位相のサイン波の重ね合わせ
- ある波形をサイン波形の重ね合わせとして表す

- 波の干渉
  - 空間的：干渉縞，干渉パターン
  - 時間的：うなり

- 進行波の重ね合わせでできる定在波も波