

問 1

- (i) P は、レーザー発振のモードに存在する光子の密度だから、発振しきい値以下ではゼロである。
よって

$$0 = \frac{dN}{dt} = \frac{I}{eV} - \frac{N}{\tau} - A(N - N_c) \times 0 = \frac{I}{eV} - \frac{N}{\tau}$$

と書ける。これより

$$\frac{I}{eV} = \frac{N}{\tau}$$

あるいは

$$I = \frac{eV}{\tau} N$$

を得る。すなわち注入電流を増すと、キャリア密度がそれに比例して増加することがわかる。
また、「電流を注入しつづけてもキャリアが増えない（定常状態）理由は、時定数 τ で N が減少する過程が存在するから」であることもわかる。

- (ii) しきい値以上の電流注入で定常発振するとき、 $P \neq 0$ だから

$$0 = \frac{dP}{dt} = A(N - N_c)P - \frac{P}{\tau_p}$$

より

$$N = N_c + \frac{1}{A\tau_p}$$

となる。キャリア量は注入電流量にはよらず一定になっている。この N は、しきい値電流を注入したときの(かろうじて発振したときの) N 、すなわち N_{tr} でもある。

注入電流をしきい値以上に増やすと、増やした分だけレーザー出力は増加するが、キャリアの密度は

$$N_{tr} = N_c + \frac{1}{A\tau_p}$$

に保たれる。この N_{tr} に対応する電流が I_{tr} だから

$$I_{tr} = \frac{eV}{\tau} N_{tr} = \frac{eV}{\tau} \left(N_c + \frac{1}{A\tau_p} \right)$$

と書ける。

- (iii) $N = N_c + \frac{1}{A\tau_p}$ を $\frac{dN}{dt} = \frac{I}{eV} - \frac{N}{\tau} - A(N - N_c)P = 0$ に代入すると $\frac{I}{eV} - \frac{N}{\tau} - \frac{P}{\tau_p} = 0$ だから

$$P = \frac{\tau_p}{eV} \left[I - \frac{eV}{\tau} N \right] = \frac{\tau_p}{eV} \left[I - \frac{eV}{\tau} N_{tr} \right] = \frac{\tau_p}{eV} [I - I_{tr}]$$

となる。

- (iv) 増幅係数 A の単位が気になるかもしれない : A を光速で割ると「光子が 1 個のキャリアーに出会ったとき、誘導増幅を起こす断面積」になると思えばよい。これを次のように言い換えてみよう。まず円筒状の媒質を考える。その断面は単位面積(この例では、1 平方センチになっている)で、長さは光子が単位時間(1 秒)内に走る距離であるとする。また、この円筒内にキャリアーが 1 個あるとする。光子がこの円筒を通過する間にキャリアーにある確率で誘導放出を起こさせる。「1 個のキャリアーがある断面積をもち、その中に光子が飛び込んだときに限り誘導放出が起きる」と解釈すれば、この現象がおきる確率を「キャリアーの断面積とこの円筒の底面積の比」であらわすことができる。

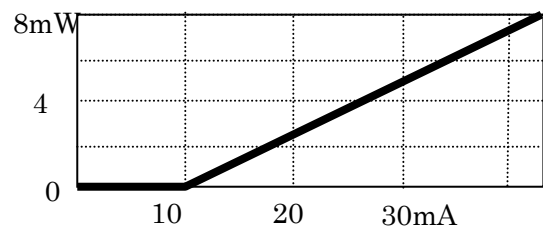
係数 A は誘導放出の「断面積」である。円筒に含まれる有効なキャリアーの数に A をかけたものは「円筒を見通したときに、1 個の光子が、合計で何回の誘導増幅を引き起こすか」を表す。これに入射光子数をかければ、誘導放出の全回数が得られる。

円筒の長さは単位時間に光が進む距離であったから、これらはすべて単位時間内の現象を考えている。

与えられた値を用いると、約 10mA というしきい値電流が得られる。これが $200 \mu \times 2 \mu$ の面積を流れると、電流密度は $2.5 \times 10^7 \text{A/m}^2 = 2.5 \text{kA/cm}^2$ という値になる。GaAs 系のしきい値電流密度としては、だいたい常識的なところだろう。

I=30mA 注入したとき、共振器内の光子密度が $P=3 \times 10^{21} \text{m}^{-3}$ になる。光子が共振器内で $c/n=0.86 \times 10^8 \text{m/s}$ で走るので、光子束密度としては $\Phi=2.5 \times 10^{29} \text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$ である。波長 0.8μ の光子のエネルギーが 1.6eV 程度だから、光パワー密度は $1.6 \times (1.6 \times 10^{-19}) \cdot (2.5 \times 10^{29}) = 6.4 \times 10^{10} \text{W/m}^2$ である。レーザーモードの断面積が $0.1 \times 2 \cdot 10^{-12} \text{m}^2$ だから、共振器内の光パワーは、13mW となる。結晶の自然へき面のパワー反射率が屈折率 3.5 から 1 への出力で 0.3 程度だから、 $13 \times (1-0.3) \text{mW} = 9 \text{mW}$ が共振器外に取り出される光パワーである。しかし、この共振器は両側に光がでるから、片側で計測する光パワーは、その半分で約 5mW といったところだろう。

以上、定常動作での出力特性をまとめると、右図のようになる



問 2

(i) $I = I_0 + ie^{j\omega t}$ 、 $N = N_0 + ne^{j\omega t}$ 、 $P = P_0 + pe^{j\omega t}$ とおくと、添え字ゼロがついたもの

が直流成分である。直流成分だけならば、それらは定常解であるから時間微分がゼロになることに注意する。この直流成分に加えて、時間的に調和振動する項が小さな変調として付加されているものを(6.1)と(6.2)に代入する。 N_0 は N_{tr} にほかならないことを思い出せば、

$$A(N_0 - N_C) = \frac{1}{\tau_p} \text{ であり}$$

$$j\omega n = \frac{i}{eV} - \left(\frac{1}{\tau} + AP_0 \right) n - \frac{1}{\tau_p} p \quad \text{および} \quad j\omega p = AP_0 n \quad \text{を得る。}$$

(ii) 半導体レーザーの変調特性は応答 $p(\omega)/i(\omega)$ で記述される。上 2 式から n を消去すると

$$\frac{p(\omega)}{i(\omega)} = \frac{-AP_0/(eV)}{\omega^2 - j\left\{ \frac{1}{\tau} + AP_0 \right\} \omega - AP_0/\tau_p}$$

になる。この量の絶対値が極大になる(共鳴する)のは

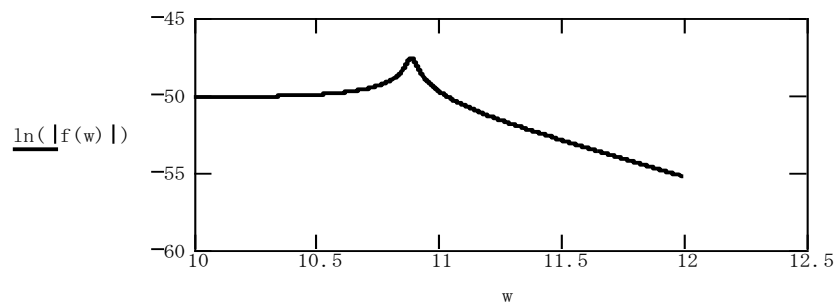
$$\omega = \sqrt{\frac{AP_0}{\tau_p} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau} + AP_0 \right)^2}$$

のときである。ここで、前問の注入電流=30mA に対する具体的な数値によって、各因子の大きさの関係をみつめる。 $AP_0=6 \cdot 10^9 \text{Hz}$ 、 $1/\tau=10^9 \text{Hz}$ 、 $AP_0/\tau_p=6 \cdot 10^{21} \text{Hz}^2$ である。従って、

良い近似で共鳴周波数を $\omega = \sqrt{\frac{AP_0}{\tau_p}}$ とおける。関数形を見ると (log-log プロット) 下図の

ようになっている。

$$f(\omega) := \frac{1}{10^{2\omega} - (6 \cdot 10^9 \cdot i \cdot 10^\omega) - 6 \cdot 10^{21}}$$



共鳴周波数(の一桁下)に至るまで、フラットな周波数特性が与えられる。この例では 10GHz が直接変調の上限の目安である。「励起を強くして共振器内の光パワーを強くすることと、光の寿

命を短くすることが、変調帯域を広げるのに有効である」ということを関係式から読み取ろう。その物理的な根拠は次のものである。光パワーを強くすると、誘導放出が大きな確率で起きるので、レーザー媒質内のキャリアが速やかに光を放出し、キャリア密度も速やかに減少する。放出された光が速やかに系外に去れば、キャリア密度が瞬時に光強度に反映する。こうして、高速の直接変調が可能となる。

(iii) 「共鳴」的な振る舞いを示す理由は、緩和発振といわれる現象にある。つまり、光が強くと誘導放出が速やかに起きるときには、電流注入が追いつかず、物質系の反転分布がすぐに尽きてしまう。光が弱いときには、誘導放出がなかなか起きないので物質系にエネルギーが蓄積される。物質系にエネルギーが蓄積されると、増幅率が上がり、誘導放出が起きやすくなり光が強くなる。すると物質系のエネルギーが光の形で速やかにくみ出され、反転分布が尽きてしまう...という過程（これを緩和発振という）のくりかえしの周波数が、この「共鳴」周波数になる。物質系へのエネルギー注入をこの周波数で行うと、この現象を起こしやすくなるので「共鳴的」な振るまいが見られるようになる。